

1 単元名 図形と方程式

2 単元の目標

座標や式を用いて直線や円などの基本的な平面図形の性質や関係を数学的に表現し、その有用性を認識するとともに、事象の考察に活用することができる。

3 単元の評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形など についての知識・理解
<ul style="list-style-type: none"> 図形の性質や関係を解析幾何学における方法で考察できることに関心をもち、それらを事象の考察に進んで活用しようとする。 	<ul style="list-style-type: none"> 図形を方程式や不等式を満たす点の集合として見る考えを身に付け、図形の性質や関係を方程式や不等式を用いて考察することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> 図形の性質や関係を方程式や不等式を用いて調べることができ、事象を数学的に表現・処理する技能を身に付けている。 	<ul style="list-style-type: none"> 図形とそれを表す方程式・不等式の関係について理解し、基礎的な知識を身に付けている。

4 単元の指導について

(1) 教材について

中学校では、平面図形において、図形の移動、作図、円とおうぎ形の性質（1年）、円の性質、三平方の定理（3年）、関数において、座標、 $y=ax$ のグラフ（1年）、連立方程式、一次関数とそのグラフ、一次関数と方程式、連立二元一次方程式のグラフによる解法（2年）、高等学校では、不等式の性質（数Ⅰ）について学んできた。本単元では、方程式の表す図形やそれらの関係、軌跡、境界線が直線や円となる場合の領域や連立不等式の表す領域について学ぶ。図形を方程式や不等式で表し、その性質あるいはそれらの関係を式を利用して考察する活動を通して、図形を解析幾何学における方法で扱うことの有用性について理解を深める。

(2) 生徒の実態について

本校*クラス(*人)は、二つのグループに分け少人数指導を展開している。対象となるグループ(*人)は、数学の学習についての意欲が高く、取組も熱心であるが、既習事項の理解と定着には個人差がある。

・第1回実態調査（平成27年*月*日実施、調査人数*人）

本単元に入る前に、一次関数とそのグラフに関する実態調査を行った。一次関数が表すグラフを五つの選択肢から選び、選んだ理由を答える問題では、ほとんどの生徒が傾きとy切片、y軸との交点以外の点の座標とy切片を示して、選択した理由について説明することができた。次に、式の表すグラフをかき、手順を書かせる問題では、全員が手順を正しく書くことができた。ある生徒は、手順は理解していたが、通る点を間違えていた。さらに、与えられたグラフが $y=2x+3$ と $y=\frac{1}{3}x+3$ のどちらであるかを選び、選んだ理由を答える問題では、 $x=-2$ となる点においてy座

標が正、負のいずれかであるかに着目して正解することができた生徒は*人であった。 $x = a$ のグラフが x 軸より上側を通るか下側を通るかといった見方をする生徒は少ないことが分かった。

・第2回実態調査（平成27年*月*日実施，調査人数*人）

本単元第19時終了後，円と直線の共有点の座標を求める問題，不等式の領域を図示する問題についての実態調査を行った。

問1 円と直線の共有点の座標を求める問題

- ・連立方程式を解いて円と直線の共有点の座標を求めることができた…*人
- ・連立方程式を解く途中で x 座標までを求めることができた…*人
- ・無答…*人

問2 なぜ連立方程式を解けば共有点の座標が求められるのかを説明する問題

- ・説明ができた…*人
- ・理由は書いたが，不十分な説明である…*人
- ・無答…*人

この結果から，問題の解き方は定着していても，なぜそうすればよいのかを説明できない生徒が多くいることが分かった。連立方程式の解が二つの方程式を同時に満たす値の組を表しているという説明ができなかったり，それぞれの図形が方程式を満たす点の集まりであるという理解が不十分であったりという課題があると考える。

不等式の表す領域をどのように求めるかという手順は全員が理解できている。正解とは逆側の領域を答えてしまう生徒は，不等式の表す領域と境界線の関係が理解できていない点に課題があると考えられるので，図の見方を丁寧に取り扱う必要がある。特に，直線を境界とする領域は間違いやすい傾向にある。

今までの指導を振り返ると，問題解決の根拠を説明させるときには，代表の生徒が発表した根拠の説明を全員で共有するようにしてきたが，全員が根拠を説明することができるようにするまでの指導としては十分ではなかった。手順を覚えて計算を形式的に処理することで正解までたどり着いたが，説明ができなかったり根拠を納得していなかったりすることがあった。そこで，答えを導くまでの根拠を説明できるようにするために，生徒の到達度を把握しながら，課題を焦点化して授業を展開していく。

(エ) 単元の指導計画（21時間扱い）

次	時	学習課題	評価規準〈評価方法〉	活用する知識・技能
1	1	数直線上の点	数直線上の二点間の距離，線分を内分する点・外分する点の座標を求めることができる。 (技) 〈ノート〉	<ul style="list-style-type: none"> ・実数と数直線（数I） ・実数の絶対値（数I） ・線分の比（中3年） ・内分・外分（数A）
	2	数直線上の内分と外分	線分を内分する点の座標を表す式と外分する点の座標を表す式との関係を捉えようとしている。 (関) 〈発言・ノート〉	
2	3	座標平面上の点	座標平面上の二点間の距離，線分を内分する点，外分する点の座標を求めることができる。 (技) 〈発言・ワークシート〉	<ul style="list-style-type: none"> ・三平方の定理（中3年） ・平行線と線分の比（中3年） ・線分を内分する点・外分する点の座標（第2時）
	4	二点間の距離 線分を内分する点・外分する点の座標		

3	5	一次方程式の表す図形	直線が二元一次方程式で表されることを理解している。 (理) 〈ワークシート〉	・一次関数のグラフ (中2年)
	6	直線の方程式のいろいろな形	与えられた条件を満たす直線の方程式の求め方を理解している。 (知) 〈発言・ノート・ワークシート〉	
4	7	二直線の平行と垂直	二直線の平行・垂直条件を理解している。 (知) 〈ノート〉	・直線の傾き (中1年) ・直線の方程式 (第6時) ・図形の線対称 (小6年) ・点と直線の距離 (中1年) ・平行移動 (中1年)
	8	直線に関して対称な点	直線に関して対称な点の座標を求めることができる。 (技) 〈ノート〉	
	9	点と直線の距離	点と直線の距離を理解している。 (知) 〈発言・ワークシート〉	
5	10	円の方程式の表す図形	円の方程式を二元二次方程式で表すことができる。 (技) 〈ワークシート〉 与えられた条件を満たす円の方程式の求め方を理解している。 (知) 〈ワークシート〉	・円 (中3年) ・三平方の定理 (中3年) ・平方完成 (数I)
	11	三点を通る円の方程式	三点を通る円の方程式を求めることができる。 (技) 〈発言・ワークシート〉	
6	12	円と直線の共有点の座標	円と直線の共有点の座標を求めることができる。 (技) 〈ワークシート〉	・連立方程式 (中2年) ・二次方程式の解 (中3年) ・二次方程式の判別 (数I) ・直線の方程式 (第5時)
	13	円と直線の位置関係	円と直線の位置関係を、判別式や距離と半径の大小関係から調べることができる。 (技) 〈ワークシート〉	
	14	円の接線の方程式	円の接線の方程式を求めることができる。 (技) 〈発言・ワークシート〉	
7	15	二つの円の位置関係	二つの円の位置関係について考えることができる。 (考) 〈ワークシート〉 中心間の距離と半径の関係から、円の方程式を求めることができる。 (技) 〈発言・ワークシート〉	・円の位置関係 (数A) ・二点間の距離 (第4時)
8	16	座標平面上の点の軌跡	座標平面上の点の軌跡を方程式を満たす点の集合として捉えることができる。 (考) 〈ワークシート〉	・作図 (中1年)
	17	二定点から等距離にある点の軌跡	条件を満たす点の軌跡を求めることができる。 (技) 〈ワークシート〉	
9	18	直線を境界線とする領域	座標平面上の領域を、不等式を満たす点の集合として見ることができる。 (考) 〈ワークシート〉	・不等式 (数I) ・直線の方程式 (第5時) ・円の方程式 (第10時) ・交点の座標 (中2年)
	19	円を境界線とする領域	不等式の表す領域を図示することができる。 (技) 〈ワークシート〉	
	20 本時	連立不等式の表す領域	連立不等式の表す領域を求めることができ、その理由について説明することができる。 (考) 〈ワークシート〉	
	21	領域における最大・最小	連立不等式を満たす領域内にある点に対して、 x, y で表される一次式の最大・最小について考察することができる。 (考) 〈発言・ワークシート〉	

5 本時の指導

(1) 目標

連立不等式の表す領域を求めることができ、その理由について説明することができる。

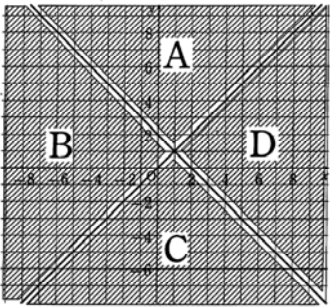
「おおむね満足できる」状況

不等式の表す領域と境界線の関係に着目して、連立不等式のそれぞれの不等式を満たす領域を正しく判断し、連立不等式の表す領域を選択肢から選び、その理由について説明することができる。

(2) 準備・資料

ワークシート

(3) 展開

学習活動・内容	指導上の留意点・評価
<p>1 不等式の表す領域について復習する。 $3x - y + 3 \leq 0$ の表す領域を求める。</p> <ul style="list-style-type: none"> 境界線は何か。 y 切片はいくつか。 $x = 1$ の時の y の値は何か。 求める領域はどこか。 <p>2 学習問題を確認する。</p> <div data-bbox="252 1131 770 1682" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>連立不等式 $\begin{cases} y > -x + 2 \\ y < x \end{cases}$ の表す領域は、下図 <u> </u> の斜線部分である。 (ただし、境界線を含まない。)</p>  </div> <p>3 選んだ理由について考える。</p> <p>4 選んだ理由について話し合う。</p> <ul style="list-style-type: none"> 隣の人と選んだ選択肢と理由を話し合 	<ul style="list-style-type: none"> ノートをとらずに教師の板書に注目するように伝える。 発問をいくつかの視点に分け、既習事項で不明な点があるかどうかを確認する。 生徒の反応を確認しながら、発問をする。 学習問題を配付し、問題の内容について説明する。 黒板にグラフをかきながら、問題の説明を進めるようにする。 グラフをかいてから答えを求めるのではなく、連立不等式が表す領域を図の中にある記号の中から選択する問題であることを伝える。 連立不等式が表す領域を選んだら、選択した理由について記述することを確認する。 今までにない種類の出題形式となるため、疑問や質問があるかどうかを確認する。 机間指導を行い、理由の説明がうまくまとめられていない生徒には、「上の不等式が表す領域は」、「下の不等式が表す領域は」、「二つの〇〇部分は〇〇だから」といった説明のモデルを示す。 選択肢を選んだ理由に焦点化して説明し合うようにする。

<p>う。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・選んだ選択肢と理由を発表する。 ・考え方の手順，正解を確認する。 ・他の選択肢が不正解である理由を確認する。 ・他の選択肢の領域を連立不等式で表すとどうなるかを考える。 <p>5 本時のまとめをする。</p> <p>6 適用問題に取り組む。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・正解した生徒の発表だけでなく，間違えた生徒の考えも取り上げるようにする。 ・発表を聞いて矛盾点や疑問点をもった生徒の意見を取り上げ，検討する。 ・正解と説明の仕方を確認する。模範解答は板書せず，ワークシートで確認する。 ・不正解である理由について，既習の内容を確認しながら話し合うようにする。 ・他の選択肢の領域を連立不等式で表すことを考えることで，正解の根拠を明確にし，数学的な表現ができるようにする。 <p>㊦正しい選択肢を選び，選んだ理由が説明できる。（発表の観察，ワークシート記述の分析）</p> <ul style="list-style-type: none"> ・適用問題は，学習課題と同様に焦点化した内容とする。問題を多く設定することで，問題を解く速さに関する個人差に対応できるようにする。
--	---