

1 単元名 比例, 反比例

2 単元の目標

- (1) 様々な事象を比例, 反比例などで捉えたり, 表, 式, グラフで表したりするなど, 数学的に考えを表現することに関心を持ち, 意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとする。(数学への関心・意欲・態度)
- (2) 比例, 反比例などについて基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら, 事象を見通しをもって論理的に考察し表現したり, その過程を振り返って考え深めたりするなど, 数学的な見方や考え方を身に付けることができる。(数学的な見方や考え方)
- (3) 比例, 反比例などの関数関係を, 表, 式, グラフを用いて的確に表現したり, 数学的に処理したりするなど, 技能を身に付けることができる。(数学的な技能)
- (4) 関数関係の意味, 比例や反比例の意味, 比例や反比例の関係を表す表, 式, グラフの特徴などを理解し, 知識を身に付けることができる。(数量や図形などについての知識・理解)

3 指導にあたって

- (1) 教材観
小学校算数科では, 第5学年で簡単な比例の関係について, 第6学年で比例, 反比例の特徴について表やグラフを使って調べることを学習している。そして, 中学校から例おいては, 具体的な事象の中にある二つの数量に着目し, その特徴を考察する。関数の定義を, 比例, 反比例, 二つについて数量の関係を一層深める。変数と変域, 座標などの概念を, 学習する。また, 二つの変域を負の数も含む有理数まで拡張し, 比例, 反比例であることを, 文字を用いた式で表すことと定義する。関数の利用では, 具体的な事象の中にある, 伴って変わる二つの数量の関係を比例, 反比例と捉え, 考察し処理することを通して, 関数への理解をさらに深めていく。
- (2) 生徒の実態 (平成28年7月18日実施, 1年〇組34人)
比例に関する実態調査を実施したところ, 以下の結果になった。

①表, 式, グラフを用いて問題を解決する。	正答 19人	誤答 15人	無答 0人
②問題解決の過程を説明する。	正答 8人	誤答 22人	無答 4人

結果から, 表, 式, グラフを用いて問題を解決することができても, 問題解決の過程を説明できない生徒が多いことがわかった。今後は, 表, 式, グラフを用いて問題を解決するだけでなく, 問題解決の過程を説明することができるようにするための活動の工夫が必要であると考え。

- (3) 指導について
上記の実態から, 表, 式, グラフを用いて問題を解決するだけでなく, 問題解決の過程を説明することができるようにするための手立てが必要である。そのため, 関数の利用においては, 問題解決の方法を事象に即して検討する活動を行う。まず, 時間と道のりの関係を表した原点を通る直線のグラフから, 通る点に着目して, 二つの数量の関係を表と式に表す。次に, 表, 式, グラフの比例定数や点の座標など, 意味を解釈すること, 表, 式, グラフを基にして事象を説明することができるようにする。さらに, 問題解決における表, 式, グラフの使い方を検討することで, 表, 式, グラフのいずれかを用いて問題を解決し, 解決の過程を説明することができるようにしていく。

4 学習計画と評価 (18時間扱い)

第1次	量の変化	2時間
第2次	比例	7時間
第3次	反比例	5時間
第4次	関数の利用	3時間

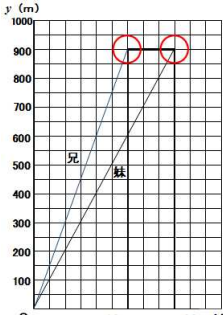
時	学習内容	評価規準				
		関	考	技	知	
1・2 (本時)	身のまわりの問題への利用		◎			表, 式, グラフを基にして事象を説明することができる。 (観察・ワークシート)
			◎			問題解決の過程を説明することができる。 (観察・ワークシート)
3	図形への利用		◎	○		図形の問題から, 比例, 反比例の関係にある二つの数量を見だし, 比例, 反比例の考えを利用して問題を解決することができる。 (観察・ワークシート)

第5次 単元のまとめ 1時間

5 本時の指導

- (1) 本時の目標
表, 式, グラフを基にして事象を説明し, 問題解決の過程を説明することができる。
- (2) 準備・資料 ワークシート, 掲示用ホワイトボード, 小黒板, 提示用グラフ
- (3) 展開

学習内容・活動	形態	指導上の留意点と評価の観点・方法																																																	
<p>【第1時】</p> <p>1 本時の学習課題をつかむ。 身のまわりのことを, 表, 式, グラフから説明しよう。</p> <p>2 学習問題で, グラフに表された x と y の関係を表と式に表す。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>兄と妹は, 同時に家を出発し, 同じ道を歩いて友部図書館に向かいました。グラフは2人が家を出発してから図書館に着くまでの, 時間と道のりの関係を表したものです。</p> <p>2人が家を出発してから, x 分で y m進むとして, 兄と妹の歩くようすをそれぞれ説明しましょう。</p> </div> <p>(1) x と y の関係を表に表し, 表に表し, 変化と対応の様子を調べる。</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 5px 0;"> <tr> <td style="text-align: center; width: 50%;">兄</td> <td style="text-align: center; width: 50%;">妹</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; width: 50%; text-align: center;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x(分)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y(m)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">150</td> <td style="text-align: center;">300</td> <td style="text-align: center;">450</td> <td style="text-align: center;">600</td> </tr> </table> </td> <td style="border: 1px solid black; width: 50%; text-align: center;"> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x(分)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">12</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y(m)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">100</td> <td style="text-align: center;">200</td> <td style="text-align: center;">300</td> <td style="text-align: center;">400</td> <td style="text-align: center;">500</td> <td style="text-align: center;">600</td> </tr> </table> </td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> ・縦にみる → $\frac{y}{x}$ の値が兄は75, 妹は50になる。 ・横にみる → x が2倍, 3倍…になると, y は2倍, 3倍…になる。 <p>(2) x と y の関係を式に表し, y は x に比例することを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・兄 $y = 75x$ ($0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 600$) ・妹 $y = 50x$ ($0 \leq x \leq 12, 0 \leq y \leq 600$) ・$x$ と y の関係が, $y = ax$ で表されるとき, y は x に比例する。 <p>3 比例定数や点の座標などの意味を解釈する。</p> <p>(1) 兄の表, 式, グラフにおいて, 比例定数や点の座標などが何を表しているのかを考える。</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 5px 0;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">① 着目するもの</th> <th>表</th> <th>式</th> <th colspan="3">グラフ</th> </tr> <tr> <th>どの値 $\frac{y}{x}$ 75</th> <th>比例定数 75</th> <th>点O (0, 0)</th> <th>点A (8, 600)</th> <th>形 直線</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>② 意味 考え 言葉で表 す</td> <td>分速75m</td> <td>分速75m</td> <td>0分 で0 m(家 を出 発)</td> <td>8分 後に 600 m先 の友 部 図 書 館 に 着 いた。</td> <td>一定 の 速 さ で 歩 く。</td> </tr> </tbody> </table> <p>(2) より場面に合う言葉になるようにグループで話し合う。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・「8分で600m進む」は, 「8分後に, 600m先の友部図書館に着いた。」のほうがよい。 など <p>4 兄と妹が図書館に着くまでの歩く様子の説明を検討する。</p> <p>(1) 解釈を基に各自で説明を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・兄は, 家を出発してから毎分75mの速さで歩き, 8分後に600m先の図書館に着いた。 ・妹は, 家を出発してから毎分50mの速さで歩き12分後に600m先の図書館に着いた。 <p>(2) グループで説明を伝え合う。</p> <p>(3) 全体で説明を伝え合い, 確認をする。</p> <p>5 本時のまとめをする。</p>	兄	妹	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x(分)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y(m)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">150</td> <td style="text-align: center;">300</td> <td style="text-align: center;">450</td> <td style="text-align: center;">600</td> </tr> </table>	x(分)	0	2	4	6	8	y(m)	0	150	300	450	600	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x(分)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">12</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y(m)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">100</td> <td style="text-align: center;">200</td> <td style="text-align: center;">300</td> <td style="text-align: center;">400</td> <td style="text-align: center;">500</td> <td style="text-align: center;">600</td> </tr> </table>	x(分)	0	2	4	6	8	10	12	y(m)	0	100	200	300	400	500	600	① 着目するもの	表	式	グラフ			どの値 $\frac{y}{x}$ 75	比例定数 75	点O (0, 0)	点A (8, 600)	形 直線	② 意味 考え 言葉で表 す	分速75m	分速75m	0分 で0 m(家 を出 発)	8分 後に 600 m先 の友 部 図 書 館 に 着 いた。	一定 の 速 さ で 歩 く。	<p>一斉</p> <p>個別</p> <p>個別</p> <p>個別</p> <p>個別</p> <p>グループ</p> <p>個別</p> <p>グループ</p> <p>一斉</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ x が時間, y が道のりであることを確かめて, 時間と道のりの関係を調べることを確認する。 ・ x 軸と y 軸の一目盛りが表す量を全体で確かめる。 ・ 歩くようすを説明するために, 表, 式, グラフを用いて, 時間と道のりの関係を調べる必要があることを確認する。 <ul style="list-style-type: none"> ・ 兄を例に, グラフのどこを見れば, 表に表すことができるのかを助言する。 ・ 表を縦にみたり, 横にみたりして, 変化と対応の様子を調べるように促す。 ・ 表が正しくかけているかをクラス全体で確認できるようにする。 <ul style="list-style-type: none"> ・ 式に表すことができない生徒には, 表を縦にみて, y が x の何倍となっているかを考えるよう促す。 ・ 変域の意味を確認する。 ・ 式と変域が正しくかけているかをクラス全体で確認できるようにする。 ・ 解釈は, ①「着目する」, ②「意味を考え, 言葉で表す」の二つの段階で行うこととする。 ・ 比例定数と点の座標については, ②の過程において, 単位を手がかりとして, 考えるよう助言する。 ・ 解釈の仕方の参考にするため, 点O(0, 0)の解釈を全体で行う。 ・ 互いの表現をグループで伝え合うことでよりよい表現に改善する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>(評) 表, 式, グラフを基にして事象を説明することができる。 (見方や考え方, 観察・ワークシート)</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・ 兄の歩く様子を説明することができた生徒には, 妹の歩く様子の説明を考えるよう促す。 ・ 発表を聞いて, 必要に応じて, 自分の説明に赤で加筆修正する。
兄	妹																																																		
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x(分)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">8</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y(m)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">150</td> <td style="text-align: center;">300</td> <td style="text-align: center;">450</td> <td style="text-align: center;">600</td> </tr> </table>	x(分)	0	2	4	6	8	y(m)	0	150	300	450	600	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x(分)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">12</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y(m)</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">100</td> <td style="text-align: center;">200</td> <td style="text-align: center;">300</td> <td style="text-align: center;">400</td> <td style="text-align: center;">500</td> <td style="text-align: center;">600</td> </tr> </table>	x(分)	0	2	4	6	8	10	12	y(m)	0	100	200	300	400	500	600																						
x(分)	0	2	4	6	8																																														
y(m)	0	150	300	450	600																																														
x(分)	0	2	4	6	8	10	12																																												
y(m)	0	100	200	300	400	500	600																																												
① 着目するもの	表	式	グラフ																																																
	どの値 $\frac{y}{x}$ 75	比例定数 75	点O (0, 0)	点A (8, 600)	形 直線																																														
② 意味 考え 言葉で表 す	分速75m	分速75m	0分 で0 m(家 を出 発)	8分 後に 600 m先 の友 部 図 書 館 に 着 いた。	一定 の 速 さ で 歩 く。																																														

学習内容・活動	形態	指導上の留意点と評価の観点・方法																																						
<p>【第2時】</p> <p>1 本時の学習課題をつかむ。</p> <p>問題を解決し、考えたことを説明しよう。</p> <p>2 問題を解決するために、表、式、グラフの使い方を検討する。</p> <p>次の日も2人は、同時に家を出発し、同じ道を別々に歩いて、900m離れた友部駅に向かいました。妹は、兄が駅に着いてから何分後に友部駅に着きましたか。ただし、2人の歩く速さは前日と変わらないものとします。</p> <p>(1) 問題を解決するために、何を用いればよいかを考える。</p> <p>(2) 表の使い方を各自で検討した後、全体でまとめる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ①兄と妹の表の続きを900mのところまでかき、兄と妹の歩いた時間を求める。②兄と妹の時間の差を求める。 <p>(3) 各自で式とグラフの使い方を検討する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ①兄の式 $y=75x$ と妹の式 $y=50x$ に、それぞれ、$y=900$を代入して、兄と妹の歩いた時間を求める。②兄と妹の時間の差を求める。 ①グラフの続きを900mのところまでかき、兄と妹の歩いた時間を読み取る(求める)。②兄と妹の時間の差を求める。 <p>(4) 式とグラフの使い方を、グループで検討する。</p> <p>(5) 全体で式とグラフの使い方をまとめる。</p> <p>3 問題を解決し、解決過程の説明を検討する。</p> <p>(1) 各自で解決過程の説明を検討する。</p>	<p>一斉</p> <p>個別 一斉 個別</p> <p>グループ 一斉 個別</p>	<ul style="list-style-type: none"> 問題解決に必要な言葉に下線を引き、問題の把握を促す。 前時の600mより長い距離であることを確認する。 表、式、グラフの使い方の検討は、①「用いるものの検討」、②「使い方(解き方)の説明の検討」の二つの段階で行うこととする。 表の使い方を各自で考えた後、発表された意見を全体で加筆修正することで、使い方の説明の仕方を確かめる。 $y=900$のときのxの値が、駅に着くまでにかかる時間であることを確認する。 表の場合を参考にして、式とグラフの使い方を考えるよう助言する。 発表を聞いて、必要に応じて、自分の説明を赤で加筆修正する それぞれの方法を確認し、どの方法で解決するのかを考えるよう促す。 自分で方法を選択して問題を解決する。 解決の過程を順序立てて記述し、結論まで記述するよう助言する。 説明には、言葉だけでなく、数値や式、計算を入れ、できるだけ具体的に分かりやすく書くように伝える。 一つの方法で解決することができた生徒には、他の方法にも取り組むよう促す。 表とグラフの読み取った箇所に印を付けるよう指示をする。 																																						
<p>兄</p> <table border="1" data-bbox="159 1052 638 1131"> <tr><td>x(分)</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td></tr> <tr><td>y(m)</td><td>0</td><td>150</td><td>300</td><td>450</td><td>600</td><td>750</td><td>900</td></tr> </table> <p>妹</p> <table border="1" data-bbox="159 1176 845 1254"> <tr><td>x(分)</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>14</td><td>16</td><td>18</td></tr> <tr><td>y(m)</td><td>0</td><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td><td>500</td><td>600</td><td>700</td><td>800</td><td>900</td></tr> </table>	x(分)	0	2	4	6	8	10	12	y(m)	0	150	300	450	600	750	900	x(分)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	y(m)	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900		<p>(評) 問題解決の過程を説明することができる。 (見方や考え方、観察・ワークシート)</p>
x(分)	0	2	4	6	8	10	12																																	
y(m)	0	150	300	450	600	750	900																																	
x(分)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18																														
y(m)	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900																														
<p>○表を利用 → 兄と妹の表の続きを900mまでかき、兄と妹の歩いた時間を求めると、兄は12分、妹は18分で駅に着くことが分かる。兄と妹の時間の差は、$18-12=6$で、妹は兄の6分後に友部駅に着く。</p> <p>○式を利用 → 兄の式 $y=75x$ と妹の式 $y=50x$ に、それぞれ、$y=900$を代入して、兄と妹の歩いた時間を求めると、兄は12分、妹は18分で駅に着くことが分かる。(以下同じ)</p> <p>○グラフを利用 → 兄と妹のグラフを900mまで伸ばし、兄と妹の歩いた時間を求めると、兄は12分、妹は18分で駅に着くことが分かる。(以下同じ)</p> 	<p>グループ 全体</p>	<ul style="list-style-type: none"> 解決することが難しい生徒には、兄の表の続きを900mまでかくことができるよう表のかき方を助言する。 発表を聞いて、必要に応じて、自分の説明を赤で加筆修正する。 解決することが難しい生徒には、学習問題での解き方を参考に表を用いて問題を解決するよう助言する。 																																						
<p>(2) グループで解決過程の説明検討する。</p> <p>(3) 全体で解決過程の説明検討する。</p> <p>4 適用問題を解く。</p> <p>2人は、同時に家を出て、1200m離れた公園に向かいました。妹は、兄が公園に着いたとき、公園まであと何mの地点にいますか。ただし、2人の歩く速さは友部図書館に行ったときと変わらないものとします。</p> <p>5 本時のまとめをする。</p>		<ul style="list-style-type: none"> 表、式、グラフそれぞれを用いるよさにも気付くようにする。 																																						

問題

兄と妹は、同時に家を出発し、同じ道を別々に歩いて友部図書館に向かいました。グラフは、2人が家を出発してから友部図書館に着くまでの、時間と道のりの関係を表したものです。

2人が家を出発してから、 x 分で y m 進むとして、兄と妹それぞれの歩くようすを説明しましょう。

1 グラフをもとに、 x と y の関係をそれぞれ表にまとめなさい。

兄

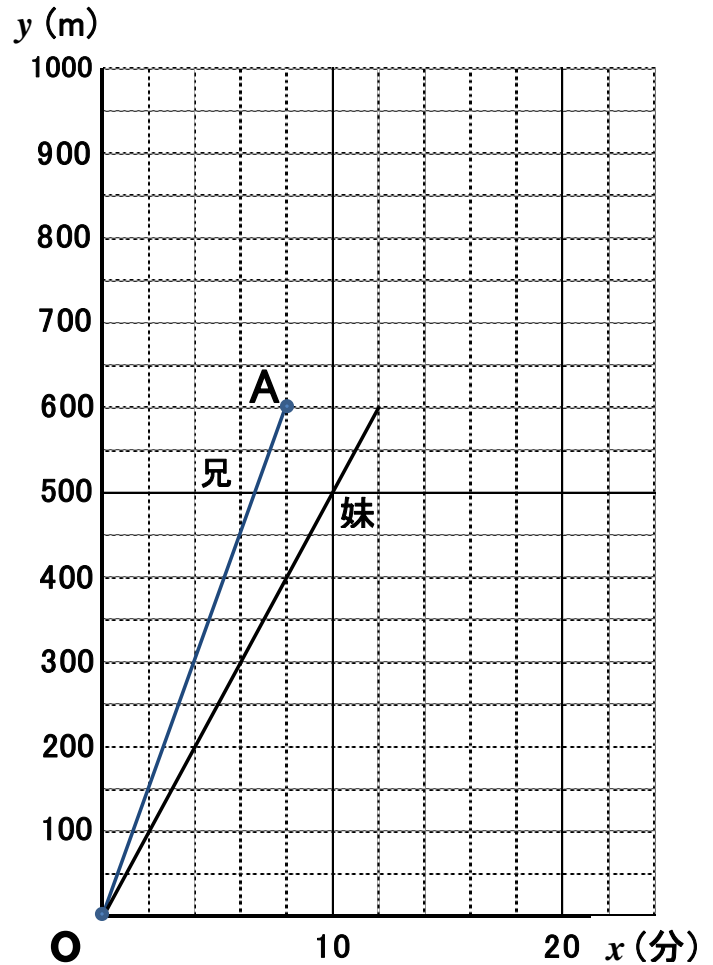
x (分)	
y (m)	

○ $\frac{y}{x}$ の値は→

妹

x (分)	
y (m)	

○ $\frac{y}{x}$ の値は→



2 y を x の式で表しましょう。また、 x , y の変域を求めなさい。

(1) 兄の式と変域

(2) 妹の式と変域

式	変域
---	----

式	変域
---	----

3 兄の歩くようすについて、次の値や点の座標などが意味することを考えよう。

①着目するもの	表	式	グラフ		
	$\frac{y}{x}$ の値	比例定数	点O (,)	点A (,)	形
②意味を考え、言葉で表そう。					
グループで話し合い、よりよい言葉を考えよう。					

4 3で考えた言葉を使って、兄が、家から友部図書館に着くまでどのように歩いたのか、速さや時間、道のり、場所がわかるように説明しましょう。

5 表、式、グラフから妹が、家から図書館までどのように歩いたのか、速さ、時間、道のり、場所がわかるように説明しましょう。

6 友達の説明を聞いて、赤で自分の説明に付けたしたり、説明を直したりしましょう。

次の日も2人は、同時に家を出発し、同じ道を別々に歩いて900m離れた友部駅に向かいました。

妹は、兄が駅に着いてから何分後に友部駅に着きましたか。

ただし、2人の歩く速さは前日と変わらないものとします。

- 1 この問題を解くために、何を用いて(使って)、どのように解くのか、用い方を考え説明しましょう。

①用いる もの			
②用い方 (解き方) の説明			

※ 他の人の発表を聞いて、必要な場合は、赤で付け足したり、直したりしましょう。

- 2 問題解決シート(別紙)に問題を解決しましょう。

- 3 自分が選んだ方法のよいところはどんなところですか。

(1) ()を利用

(2) よいところ

- 4 今日の授業のまとめを書きましょう。

問題解決シート

() 組 () 番 名前 ()

次の日も2人は、同時に家を出発し、同じ道を別々に歩いて900m離れた友部駅に向かいました。

妹は、兄が駅に着いてから何分後に友部駅に着きましたか。

ただし、2人の歩く速さは前日と変わらないものとします。

- 表、式、グラフのいずれかを利用して考え、考え方がわかるように言葉で説明しましょう。
 - ※ 何を利用してどのように答えを求めていくのか、手順も含めて説明しましょう。
 - ※ 説明には、数値、計算、式などを入れてもかまいません。
 - ※ 結論まで説明しましょう。
 - ※ 表やグラフを利用した場合は、表やグラフのどこを見たのかがわかるように印を付けましょう。

① 表を利用 (自分 ・ 友達) の考え

兄

x (分)	
y (m)	

妹

x (分)	
y (m)	

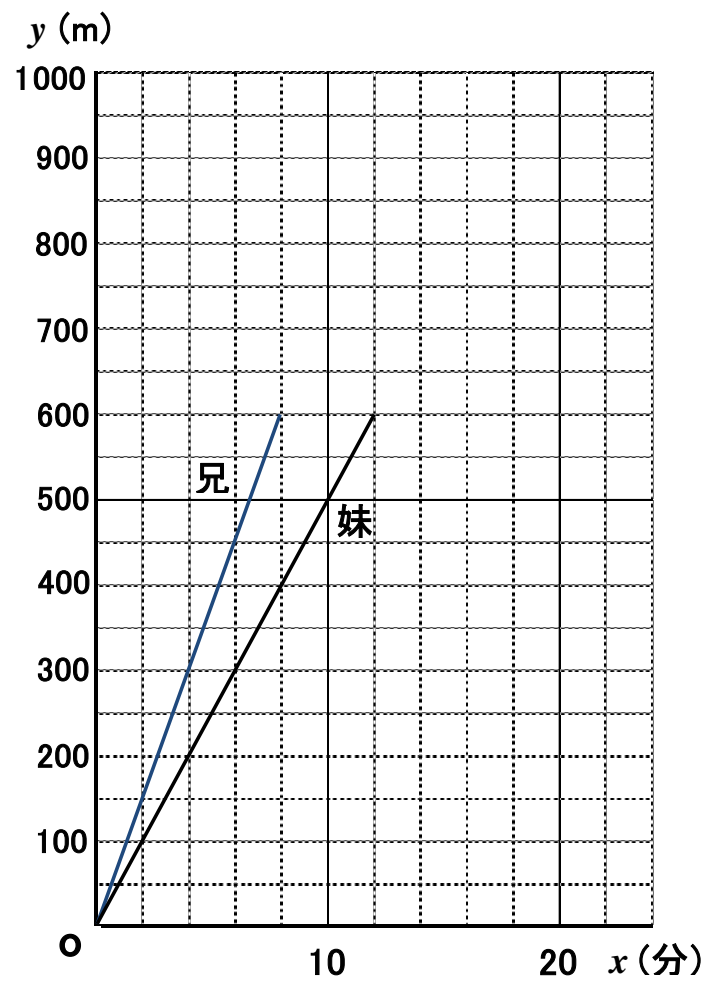
求め方の説明

--

② 式を利用 (自分・友達) の考え

兄の式 _____ 妹の式 _____ 求め方の説明

③ グラフの利用 (自分・友達) の考え



求め方の説明