

| | | |
|----------|------------|------------|
| 本時のキーワード | 文字を用いた式の説明 | 目的に応じた式の変形 |
|----------|------------|------------|

1 単元 多項式

2 単元の目標

文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解ができるようにするとともに、目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする能力を伸ばす。

3 単元の評価規準

| ア 数学への関心・意欲・態度 | イ 数学的な見方や考え方 | ウ 数学的な技能 | エ 数量や図形などについての知識・理解 |
|---|--|--|--|
| <p>①単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法に関心をもち、それらの計算をしようとしている。</p> <p>②一次式の乗法、式の展開と因数分解に関心をもち、それらの計算をしようとしている。</p> | <p>①単項式と多項式の乗法・除法の計算の方法を、具体的な数の計算や既習の文字を用いた式の計算と関連付けて考えることができる。</p> <p>②式の展開や因数分解の仕方を、式の一つの文字に置き換えたり、交換、結合や分配法則などを用いたりして、既習の計算に帰着させて考えることができる。</p> | <p>①単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算ができる。</p> <p>②簡単な一次式の乗法の計算及び乗法公式や因数分解の公式を用いる簡単な式の展開や因数分解ができる。</p> | <p>①展開と因数分解及び因数の意味を理解している。</p> |
| <p>③文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ説明することに関心をもち、問題の解決に生かそうとしている。</p> | <p>③数や図形の性質などが成り立つことを、数量及び数量の関係をとらえ、方針を明らかにして、文字を用いた式で説明することができる。</p> <p>④説明に用いた式の変形を振り返り、数や図形についての新たな性質などを読み取ることができる。</p> | <p>③数量及び数量の関係を、文字を用いた式で表すことができる。</p> <p>④乗法公式や因数分解の公式を活用し、目的に応じて式を変形することができる。</p> <p>⑤文字を用いた式の意味を読み取ることができる。</p> | <p>②数量及び数量の関係を帰納や類推によってとらえ、それを文字を用いた式を使って一般的に説明することの必要性和意味を理解している。</p> |
| <p>④素因数分解に関心をもち、素因数分解したり、素数を見付けたりしようとしている。</p> | <p>⑤素因数分解するとき、分解の順序を変えても、整理すると結果は同じ素数の積になることを具体的・経験的に確かめることができる。</p> | <p>⑥1より大きい自然数を素因数分解できる。</p> | <p>③素因数分解や素数、因数の意味を理解している。</p> |

4 指導に当たって

本単元は、学習指導要領の内容A(2)にあたり、「文字を用いた簡単な多項式について、式の展開や因数分解ができるようにするとともに、目的に応じて式を変形したりその意味を読み取ったりする能力を伸ばす。」ことをねらいとしている。また、文字を用いた式で数量及び数量の関係をと

らえ、式の展開や因数分解などを用いて目的に応じて式を変形し、説明することをねらいとしている。

平成28年度全国学力学習状況調査数学B問題⑥(2)「与えられた式を用いて、問題を解決する方法を数学的に説明することができるかどうかをみる。」問題において、本校の正答率は*%という結果であった。数当てゲームにおいて手順通りに求めた数を手順とは反対に計算していくことで、最初に決めた数を当てるといった誤答が多かったことから、課題を正確に把握する力が乏しいことが分かる。文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明することにも課題がみられる。また、無解答率が*%という結果の中には、B問題を最後まで解き終えることができなかったという声も聞こえてきた。文章問題に苦手意識をもっていることから、課題の意味を把握するまでに時間がかかる・意味をとらえきれないという傾向もみられる。

そこで、本単元の学習において、課題を正確に把握するとともに、文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ、目的に応じて式を変形し説明する活動を設定したいと考えた。

生徒の実態としては、授業に前

向きに取り組み、理解しようとする姿勢が感じられる。特に、計算問題については意欲的に取り組んでいる。事前テストの結果を見ても、①の展開や②の因数分解の基本的な技能は身に付いていることが分かる。しかし、③のように数学的な見方・考え方が問われる問題(説明)

| ＜多項式 式の利用 事前テスト＞ (平成28年*月*日 3年*組*名) | | | |
|-------------------------------------|-----|-----|------|
| 問題内容 | 正答率 | 誤答率 | 無解答率 |
| ①展開 $(x+5)^2$ | *% | *% | *% |
| ②因数分解 x^2-4x | *% | *% | *% |
| ③式の計算 式の利用 「連続する3つの整数の和は3の倍数」の説明 | *% | *% | *% |

明)に関しては、正答率が低く、無解答率が*%と約半数であることから、説明することに、苦手意識を感じている生徒が多いことが分かる。特に、無解答の生徒は、どのように説明すればよいのか見通しをもつことが難しいと考えられる。誤答の中には、連続する3つの整数を文字を用いて表すことは理解できているが、連続する整数を n , $2n$, $3n$ と表していたり、 a , b , c のように文字を3種類使っていたりするなど、表記に誤りがあるものが見られた。他には、 $3n+3$ まで計算できたのに、 $3(n+1)$ に変形できなかったものも見られた。

このことから、生徒自身が、文字を用いる必要性・意味・よさを実感できるようにすることが重要であると考えられる。その上で、文字を用いた式で説明できるよさを理解し、目的に応じて式を変形することの必要性に気付けるようにする。

そこで、本時では、連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差が、いつでも成り立つことを証明していく。文字を用いた式に苦手意識をもっているため、具体数を挙げさせることで見通しをもって課題解決ができるようにする。また、具体数で表した式と比較することで、目的に応じて式を変形することに気付かせ、既習の因数分解や展開を活用することで、目的に応じて式を変形できるよさを確認していく。授業の中では、周囲の生徒と確認し合ったり伝え合ったりする活動を位置づけ、相手に応じて説明したり、説明を聞いて理解や考えを深めたりできるようにする。

5 指導と評価の計画 (17時間扱い)

| | | |
|-----|--------|-----|
| 第1次 | 多項式の計算 | 7時間 |
| 第2次 | 因数分解 | 7時間 |
| 第3次 | 式の利用 | 2時間 |

| 時 | 学習内容 | 評価規準 | 評価の計画 | | | |
|---------|------------------------------|---|---------|---------|---------|---|
| | | | 関 | 考 | 技 | 知 |
| 1 | 式を利用して、図形の面積について成り立つ性質を証明する。 | 図形についての新たな性質などを読み取ることができる。 | | イ④ ◎ | ウ⑤ ○ | |
| 2 本時 | 式の展開や因数分解を利用して数の性質を調べる。 | 数の性質が成り立つことを、数量及び数量の関係を捉え、方針を明らかにして、文字を用いた式で説明することができる。 | ア③ ○ | イ③ ◎ | | |

単元のまとめ 1時間

6 本時の指導

(1) 目標

数の性質が成り立つことを、文字を用いた式で数量及び数量の関係をとらえ、展開や因数分解など目的に応じて式を変形し、説明することができる。(数学的な見方や考え方)

(2) 準備・資料

学習プリント、自己評価カード、座席表、ヒントカード、可動式黒板、ホワイトボード

(3) 展開

| 学習活動・内容 | 指導上の留意点・評価 | |
|---|--|--|
| | T 1 | T 2 |
| <p>1 既習事項の確認をする。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>1. 次の計算をしなさい。 $(x+3)^2$</p> <p>2. 次の式を因数分解しなさい。 x^2+5x</p> <p>3. 連続する3つの整数を、もっとも小さい数をnとして表しなさい。</p> </div> | <p>○前時までの既習内容を取り入れ、確認を行うことで本時の学習につながるようにする。</p> <p>○なかなか進まない生徒には、1の計算においては$(x+3)(x+3)$と置き換えて展開する方法や、公式に当てはめて考えるよう助言する。2の因数分解においては共通因数を考えるように、3においては、具体数を用いて考えるよう助言する。</p> <p>○全体で答え合わせをし、正しい方法を確認できるようにする。</p> | <p>○取り組みの遅い生徒に声かけをする。</p> <p>○なかなか進まない生徒には、1の計算においては$(x+3)(x+3)$と置き換えて展開する方法や、公式に当てはめて考えるよう助言する。2の因数分解においては共通因数を考えるように、3においては、具体数を用いて考えるよう助言する。</p> |
| <p>2 本時の学習問題を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差の隠された秘密を発見し説明しよう。</p> </div> <p>(例) $1, 2 \rightarrow 2^2 - 1^2 = 3$ $5, 6 \rightarrow 6^2 - 5^2 = 11$ $-8, -7 \rightarrow (-7)^2 - (-8)^2 = -15$</p> <p>(1) 隠された秘密を予想する。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>-- 〈予想される生徒の反応〉 -----</p> <p>(ア) 奇数になる。</p> <p>(イ) 連続する2つの整数の和になる。</p> </div> <p>(ア) $1, 2 \rightarrow 2^2 - 1^2 = 3$ $5, 6 \rightarrow 6^2 - 5^2 = 11$ $-8, -7 \rightarrow (-7)^2 - (-8)^2 = -15$</p> <p>(イ) $1, 2 \rightarrow 2^2 - 1^2 = 1 + 2$ $5, 6 \rightarrow 6^2 - 5^2 = 5 + 6$ $-8, -7 \rightarrow (-7)^2 - (-8)^2 = (-7) + (-8)$</p> | <p>○ペアで問題の意味を確認する。</p> <p>○実際に連続する2つの整数の例を挙げ、式を作り、計算することで、問題の確認をする。</p> <p>○実際に連続する2つの整数の例を挙げる際、負の数も取り上げるようにする。</p> <p>○式と解答にどのような秘密が隠されているか考えてみるよう助言する。</p> <p>○なかなか意見が出ないときには、例をさらに挙げ、式を作り、計算することで気付かせる。</p> <p>○生徒が予想した計算方法を、具体数を使って確認する。</p> | <p>○問題の意味が十分におさえられないと予想される生徒、観察により理解が十分でないと考えられる生徒には、問題の意味を補足説明する。</p> <p>○意見が出ないときには、連続する2つの整数と解をよく見比べるよう助言する。</p> <p>○生徒のつぶやき等を拾い上げ、発言するよう促す。</p> <p>○机間指導を行いながら、全体で確認が必要なことに関して助言をする。</p> |
| <p>3 本時の学習課題を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>発見した計算方法がいつでも成り立つことを説明しよう。</p> </div> <p>(1) 隠された秘密の予想の確認をする。</p> <p>連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、2つの整数の和に等しい。</p> | <p>○予想した計算方法がいつでも成り立つのかどうか問いかけることで、本時の学習課題を確認する。</p> <p>○隠された秘密の予想をペアで確認をする。</p> <p>○どのように説明すれば、いつでも成り立つと説明したことになるのか問いかけ、文字を用いた式で説明すればよいことに気付かせる。</p> | <p>○今まで、いつでもなりたることを説明するとき、どうしていたのか振り返らせる。</p> |

(2) 連続する2つの整数の文字の表し方を確認する。

- 〈予想される生徒の反応〉 ---
• $n, n+1$ (正しく表している)
• $n, n-1$ (正しく表している)
• $n, 2n$ (文字の前の数字で連続と判断している)

4 文字を使って自力解決をする。

--- 〈予想される生徒の説明〉 ---

(ア) 連続する2つの整数を $n, n+1$ とする。

$$\begin{aligned} & (n+1)^2 - n^2 \\ &= (n^2 + 2n + 1) - n^2 \\ &= n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1 \end{aligned}$$

よって、連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、奇数になる。

(イ) 連続する2つの整数を $n, n+1$ とする。

$$\begin{aligned} & (n+1)^2 - n^2 \\ &= (n^2 + 2n + 1) - n^2 \\ &= n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1 \\ &= n + n + 1 \\ &= n + (n+1) \end{aligned}$$

よって、連続する2つの整数で、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、2つの整数の和に等しい。

(ウ) (ア), (イ)の説明の中で、因数分解を活用する。

$$\begin{aligned} & (n+1)^2 - n^2 \\ &= \{(n+1) - n\} \{(n+1) + n\} \end{aligned}$$

(エ) (ア), (イ)の説明の途中、展開の仕方を間違える。

$$\begin{aligned} & (n+1)^2 - n^2 \\ &= (n^2 + 1) - n^2 \\ &= n^2 + 1 - n^2 \\ &= 1 \end{aligned}$$

5 周囲の生徒と伝え合う。

• 互いの説明を確認し合いながら説明を完成させる。

- ① 目的に応じて式を変形する。
- ② 変形した文字を用いた式について説明する。

○連続する2つの整数について、 $n, 2n$ など、文字で正確に表せない生徒には、具体数を利用して、どのような関係があるのか、大きい数は小さい数よりどれだけ大きいのか助言する。

○学習問題をよく読んで、式を作るよう助言する。

○「2つの整数の和に等しい。」とは、どんな形になるよう説明していけばよいのか考えさせる。

○ $n+(n+1)$ の形に表せない生徒には、具体数で表した式と比較するように助言する。

○戸惑っている生徒には、説明するための式の手順を示したプリントを活用するよう助言する。

○机間指導を行いながら、少しでも考えることができたなら賞賛して意欲を高め、計算の仕方や文字式の表し方を助言する。

○解決できた生徒には、説明が進んでいない友達にアドバイスするよう声をかける。

○お互いの説明に不足がないか確認するように助言する。

○問題の解決に至っていない生徒がいたときには、一緒に解決するように促す。

○ $n+(n+1)$ に変形した意味を確認するよう助言する。

○連続する2つの整数の文字の表し方に戸惑っている生徒には、具体数を書いてみるよう促し、小さい方の整数を文字で表したら、大きい方の数はどのように表したらよいのかを見比べて考えることができるよう助言する。

○ $(n+1)^2$ の展開ができていない生徒には、展開の公式を利用したり、 $(n+1)(n+1)$ と置き換えて展開したりするよう助言する。

○戸惑っている生徒には、説明するための式の手順を示したプリントを活用するよう助言する。

○机間指導を行いながら、少しでも考えることができたなら賞賛して意欲を高め、計算の仕方や文字式の表し方を助言する。

○解決できた生徒には、説明が進んでいない友達にアドバイスするよう声をかける。

○周囲の生徒と伝え合うことができていない生徒には声をかけ、説明の確認を周囲の生徒とするよう声をかける。

- 6 クラス全体で確認をする。
 (1) 解答例を取り上げて、全体で確認する。
 (2) 自分の解答に修正を加えて、解答を完成させる。

7 本時のまとめをする。

発見した計算方法がいつでも成り立つことを説明するためには、文字を使えばよい。そのとき、目的に応じて式を変形する。

- 8 適用問題を解く。
 (1) 各自で問題を解く。

連続する3つの整数で、まん中の整数の2乗から1をひいた差にも秘密がある。この計算方法がいつでも成り立つことを説明しなさい。

連続する3つの整数を $n, n+1, n+2$ とする。

$$(n+1)^2 - 1$$

$$= (n^2 + 2n + 1) - 1$$

$$= n^2 + 2n + 1 - 1$$

$$= n^2 + 2n$$

$$= n(n+2)$$
 よって、連続する3つの整数で、まん中の整数の2乗から1をひいた差は、残りの2つの数の積に等しい。

- (2) 全体で確認をする。

- 9 本時の学習の振り返りをする。
 ・分かったこと、できるようになったこと、さらにやってみたいこと等を記入する。

○ $2n+1$ で終わりにしてしまった場合を取り上げて、全体で意味を確認し、目的に応じた形になっていないことを確認する。

○説明をするときには、文字を用いた式について説明したり、目的に応じて式を変形したりすることを生徒のこぼれでまとめる。

○実際に説明する中で工夫したことについて問い、目的に応じて式を変形することをひき出す。

○実際に連続する3つの整数の例を挙げ、式を作り、素早く計算することで、計算方法が予想できるようにする。

○連続する3つの整数を文字を用いて表せない生徒には、具体数を利用して、連続する3つの整数の1番小さい数を n としたとき、その他の数はどのように表せるか助言する。

○最後に式を変形して、1番小さい数と1番大きい数の積の形に表せていない生徒には、具体数でと比較するよう助言する。

評価（数学的な見方や考え方）
 数の性質が成り立つことを、文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え、展開や因数分解を利用して説明することができる。
 （観察・学習プリント・発表）

【目標を達成した生徒の姿】
 数の性質が成り立つことを文字を使った式で考察しようとし、さらに展開や因数分解を利用して説明している。
 文字を使って説明するよさや意味が分かったという発言や自己評価カードでの記入が見られる。

○自己評価カードに本時の反省を記入させるとともに、次時の学習内容を知らせ、学習の意欲づけになるようにする。

○説明に不足している部分があったら修正を加えるよう助言する。

○説明する中で難しかったことは何かを問い、「目的に応じて式を変形する」というまとめができるよう促す。

○問題の意味が十分におさえられない生徒には、問題について補足説明をする。

○戸惑っている生徒には、友達に聞いて、自力解決できるように促す。

○説明ができた生徒については、確認し、評価する。