

1 単元名 関数

2 単元の目標

- (1) 様々な事象を関数 $y = ax^2$ などとして捉えたり、表、式、グラフで表したりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題解決に活用して考えたり判断したりしようとする。
(数学への関心・意欲・態度)
- (2) 関数 $y = ax^2$ などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けることができる。
(数学的な見方や考え方)
- (3) 関数 $y = ax^2$ の関係などを、表、式、グラフを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりするなど、技能を身に付けることができる。
(数学的な技能)
- (4) 事象の中には、関数 $y = ax^2$ などとして捉えられるものがあることや関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフの関連などを理解し、知識を身に付けることができる。
(数量や図形などについての知識・理解)

3 指導に当たって

(1) 教材観

第1学年では、比例、反比例を取り扱い、第2学年では、一次関数を学習してきている。第3学年では、具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの数量の関係を関数 $y = ax^2$ とみなし事象を捉え説明することが大切である。表、式、グラフを用いて他者に説明するような場面を意図的に設け、事象の考察を深めることができるようにすることが重要である。

(2) 生徒の実態 (平成*年*月*日実施, 3年*組*人)

水を熱し始めてからの温度と時間を一次関数とみなして予測し、80℃になるまでの時間を求める方法を数学的に説明する問題を実施したところ、以下の結果になった。

| | |
|------------------------------|----|
| 数学的に説明することができる。 | *人 |
| 解決することはできるが、数学的に説明することができない。 | *人 |
| 解決することができない。 | *人 |

結果から、日常生活における事象を関数とみなし解釈することや、解決の方法を数学的に説明することに課題があることが分かった。今後は、日常生活における事象を数理的に考察し、問題解決の方法を説明するための手立てが必要であると考えます。

(3) 指導について

本単元は、日常生活における事象として、リレーのバトンパスの問題を設定する。第2時では、まず、時間と距離の関係を表、グラフに表し、第一走者と第二走者がそれぞれどのような関数関係にあるかを予測する。次に、既習カードを使って、一次関数と2乗に比例する関数とみなし式に表す。そして、表、式、グラフのいずれかを用いて変数 y の値を求める。その求めた値が問題の条件に対して妥当であるかどうかを考え、理由を記述する。これらの活動を通して、表、式、グラフを用いて事象を解釈することができるようにする。第3時では、まず、グループ内で表、式、グラフのいずれかの考えで分担し、効果的なバトンパスについて、問題を解決する方法を考える。次に、解決方法を記述し、記述内容をグループ内で伝え合う。そして、同じ考えの生徒同士でグループを編成し直し、記述内容を相互評価する。その際、相互評価シートを使って評価の観点が見えるようにする。そして、他者に記入してもらった相互評価シートを基に、自分の記述内容を改善する。最後に、見直した記述内容を伝え合い、表、式、グラフを関連付ける。これらの活動を通して、記述内容を改善し数学的な表現を使って説明することができるようにする。

4 学習計画と評価

第1次 関数 $y = ax^2$ 10時間

第2次 関数の利用 4時間

| 時 | 学習内容 | 関 | 考 | 技 | 知 | 評価規準 |
|-----------|-------------|---|---|---|---|--|
| 1 | 図形の中に現れる関数 | | | ◎ | ○ | ◎ 図形の中に現れる関数関係を見だし、表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。 ○ 図形の中に現れる二つの数量関係を関数とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることを理解している。 |
| 2 (本時) | 身のまわりの関数 | | ◎ | ○ | | ◎ 表、式、グラフを用いて、日常生活に照らして事象を解釈することができる。 ○ 関数を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。 |
| 3 (本時) | 関数を利用した問題解決 | ○ | ◎ | | | ◎ 問題解決の方法を数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明することができる。 ○ 問題解決に関心をもち、表、式、グラフで表して考えようとしている。 |
| 4 | いろいろな関数 | ○ | | | ◎ | ◎ 具体的な事象の中から見出した関数関係には、既習の関数とは異なるものがあることを理解している。 ○ 様々な関数に関心をもち、表やグラフなどで表したり、その特徴を考えたりしようとしている。 |

第3次 単元のまとめ 1時間

5 本時の学習

(1) 本時の目標

第2時 表、式、グラフを用いて、事象を解釈することができる。

第3時 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明することができる。

(2) 準備・資料

ワークシート、提示物、発表用ボード、既習カード、相互評価シート、スクリーン、学習カード

(3) 本時の展開

| 時 | 学習活動及び学習内容 | 指導の手立て及び◎○評価規準 (評価方法) |
|---|--|--|
| 第2時 | 1 本時の学習課題と学習の進め方を確認する。 ＜一斉＞ 2 本時の学習問題を知る。 ＜一斉＞ | <ul style="list-style-type: none"> 本時の学習の流れを掲示して確認する。 実際に、バトンパスの映像を流して学習問題に対する意欲付けを行う。 |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> <p>Bさんはリレーの第2走者に選ばれた。 第1走者のAさんの走るスピードを落とさず、バトンを受け取りたい。 AさんとBさんの進む様子を考えよう。</p> </div> | | |
| | 3 伴って変わる二つの数量を見いだす。 ＜一斉＞ | <ul style="list-style-type: none"> Bさんがスタートしてからの時間を x (秒)、Bさんのスタート地点からの距離を y (m)として考えることを確認する。 |
| | 4 Aさんの走る様子を考える。 ＜個人→グループ→クラス＞ | <ul style="list-style-type: none"> 既習カードを使って考えるように助言する。 表、式、グラフに表し、グループで確認する。 距離は時間の一次関数であることを確認する。 |
| | 5 Bさんの走る様子を考える。 ＜個人→グループ→クラス＞ | <ul style="list-style-type: none"> 表、グラフに表し、予測する。 既習カードを使い、関数 $y = ax^2$ であるとみなす。 表、式、グラフに表し、グループで確認する。 |
| | 6 Bさんがスタートしてから3秒後に、テイクオーバーゾーンの20m以内にいるかどうかを考える。 ＜個人→グループ→クラス＞ (1) 自力解決をする。 (2) 自分の考え方を基にグループで考え方を伝え合う。 (3) クラスで考えを深める。 | <ul style="list-style-type: none"> ◎ 関数を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができるか。(ワークシート) $x = 3$のときの y の値が何を表すのかを考える。 表、グラフではどこに表れるのか。式はどのように使えばいいかを考えるように助言する。 Bさんが失格になるかどうかの判断だけでなく、その理由を考えさせる。 一つの考えができた生徒には、他の方法でも考えるように指示する。 |
| | 7 本時のまとめと次時の学習内容を知る。 | <ul style="list-style-type: none"> ◎ 表、式、グラフを用いて考え、その意味を解釈することができるか。(ワークシート) 次時は、効果的なバトンパスのタイミングについて考え、その解決方法を説明することを伝える。 |

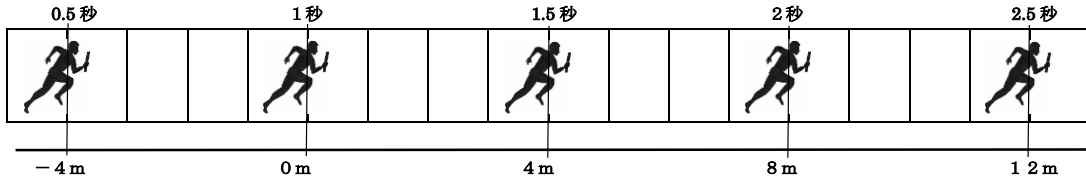
| 時 | 学習活動及び学習内容 | 指導の手立て及び◎○評価規準（評価方法） |
|---|---|--|
| 第3時 | 1 本時の学習課題と学習の進め方を確認する。 <一斉> 2 本時の学習問題を知る。 <一斉> | <ul style="list-style-type: none"> 本時の学習の流れを掲示して確認する。 前時の表，式，グラフを用いることを確認する。 |
| <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>第2走者のBさんはスタートして何秒後にバトンを受け取るだろうか。 Bさんがスタート地点を出発してからの時間を x 秒，スタート地点からの距離を y mとして求め方を説明しなさい。</p> </div> | | |
| | 3 問題解決の方法を考え，説明を記述する。 <個人>→<グループ1> (1) 自力で説明を記述する。 (2) グループで説明する。 4 それぞれの考え方でグループを編成し直す。説明を相互評価し，自分の記述内容を改善する。 <グループ2> (1) グループ内で記述内容を相互評価する。 (2) 相互評価シートを基に自分の記述内容を改善する。 5 元のグループに戻り，見直した記述内容を共有する。 <グループ1>→<全体> (1) 元のグループで伝え合う。 (2) 全体で確認する。 ・ 三つの記述内容を発表する。 6 本時のまとめと学習の振り返りをする。 | <ul style="list-style-type: none"> グループ内で表，式，グラフの三枚のワークシートを分担して選び，自力解決の見通しをもたせる。 相互評価の三つの観点を伝え，記述する際に留意させる。 記述ができない生徒には，問題を解決するために必要だと考えられる部分に，丸や線で印を付けるように助言する。また，書き方の手順カードを渡す。 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <p>○ 問題解決に関心をもち，表，式，グラフで表して考えようとしている。(ワークシート)</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> 解決に至っていない生徒がいたときには，記述できたところまでを説明させる。 三つの観点を確認し，付け加えた方がいいところ，表現を変えるともっとよくなるころなどを，記入するように指示する。 解決に至っていない生徒がいたときは，アドバイスを相互評価シートに記入するように指示する。 疑問点があったときは，質問するように助言する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> <p>◎ 記述内容を改善し，数学的な表現を使って説明することができているか。(ワークシート)</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> それぞれの説明が比較できるように，発表者を意図的に抽出する。 それぞれの記述内容に共通している部分があるかを考えながら，発表を聞くよう助言する。 学習して分かったこと，他者の説明でよかったことを振り返るように伝える。 |

組 番 氏名 ()

第2走者のBさんがスタートして x (秒) たったときの、Bさんのスタート地点からの距離を y (m) とする。

下の図は、第1走者のAさんの進む様子を表したものである。
Aさんはどのように進んでいるか考えよう。

*0.5秒ごとの動き

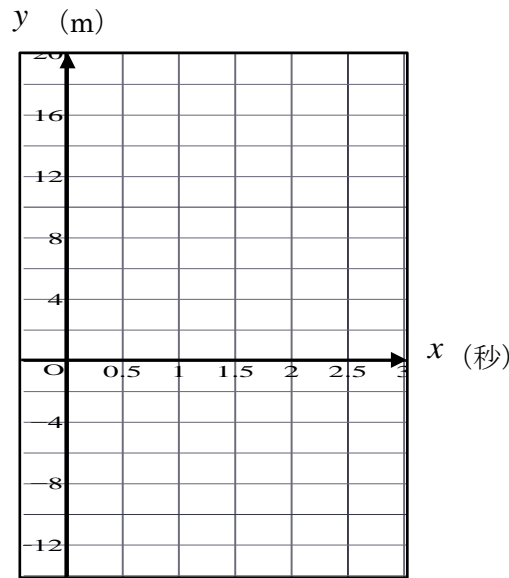


○ Aさんの動きを表, 式, グラフに表して考えよう。

【表】

| | | | | | | | |
|---------|---|-----|---|-----|---|-----|---|
| x (秒) | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 |
| y (m) | | | | | | | |

【グラフ】



【式】

(計算スペース)

$y =$

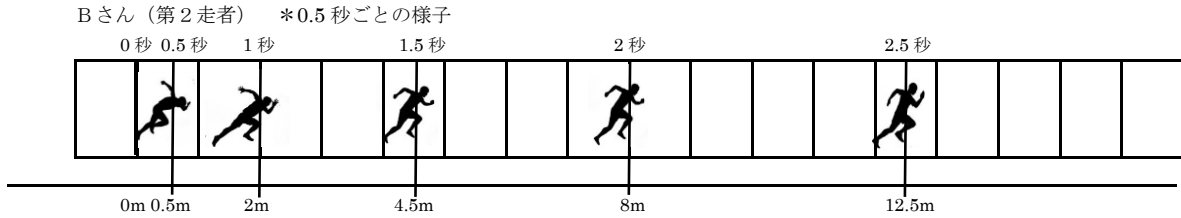
Aさんの x と y の関係
である。

組 番 氏名 ()

第2走者のBさんがスタートして x (秒) たったときの、Bさんのスタート地点からの距離を y (m) とする。

下の図は、Bさんの進む様子を表したものである。

Bさんはどのように進んでいるか考えよう。

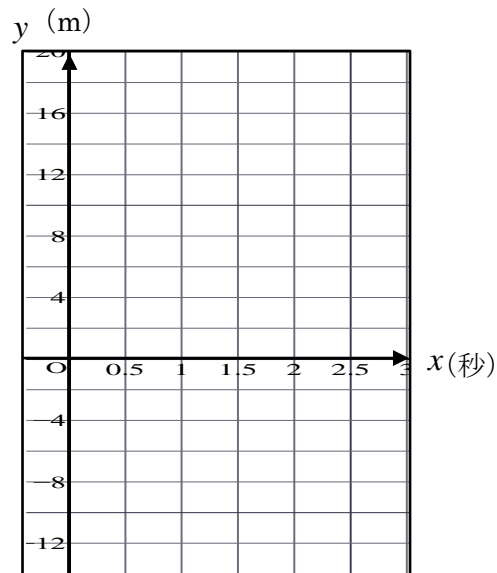


○Bさんの動きを表, 式, グラフで考えよう。

【表】

| | | | | | | | |
|---------|---|-----|---|-----|---|-----|---|
| x (秒) | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 |
| y (m) | | | | | | | |

【グラフ】



【式】

(計算スペース)

$y =$

Bさんの x と y の関係は である。

問題

Bさんは、失格にならないようにテイクオーバーゾーンである20m以内でバトンを受け取りたいと考えている。
Bさんがスタートしてから3秒後は失格になるだろうか。
表、式、グラフを用いて考えなさい。

ア 失格になる

イ 失格にならない

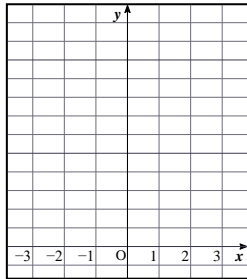
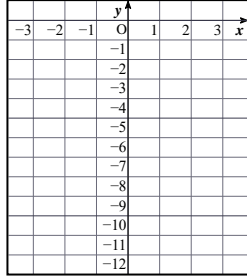
| |
|---------------------------|
| 理由 |
| (表 ・ 式 ・ グラフ) を使って考えると、 |
| |
| |
| |
| |
| |
| |

まとめ

| |
|--|
| |
|--|

組 番 氏名 ()

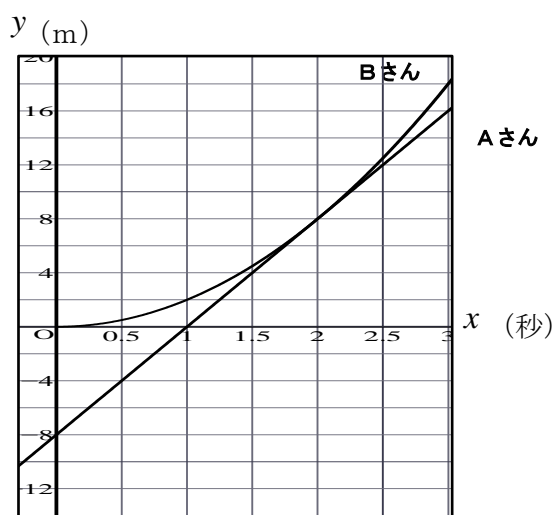
関数についてまとめよう

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|----|-----|----|----|----|---|-----|---|-----|---|-----|---|-----|---|--|--|--|--|--|-----|--|--|--|
| <p>表</p> <p>$y = 3x^2$ の場合</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse; border-top: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td style="padding: 5px;">-3</td> <td style="padding: 5px;">-2</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">4</td> <td style="padding: 5px;">...</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">...</td> <td colspan="6" style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td colspan="4" style="padding: 5px;">...</td> </tr> </table> <p>表の特徴</p> <p>xの値が2倍, 3倍, ...になると, 対応するyの値は <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> 倍, <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> 倍, ...になる。</p> | | x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | y | ... | 0 | | | | | | ... | | | |
| x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | ... | | | | | | | | | | | | | | |
| y | ... | 0 | | | | | | ... | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>式 $y = ax^2$</p> <p>例. yがxの2乗に比例し, x=2のとき, y=4であるとき, yをxの式で表すと...</p> <p>(計算)</p> <div style="border: 1px solid black; width: 150px; height: 30px; margin: 10px auto; text-align: center;">y =</div> | <p>グラフ $y = x^2$ $y = -x^2$</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div> <p>グラフの特徴</p> <div style="border: 1px solid black; width: 300px; height: 40px; margin: 10px auto;"></div> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>変域</p> <p>$y = 2x^2$ について, xの変域が $-3 \leq x \leq 5$ のときのyの変域</p> <p>答え <input style="width: 150px; height: 30px;" type="text"/> $\leq y \leq$ <input style="width: 50px; height: 30px;" type="text"/></p> <p>変域の特徴</p> <div style="border: 1px solid black; width: 300px; height: 40px; margin: 10px auto;"></div> | <p>変化の割合</p> <p>$y = -2x^2$ で, xの値が次のように増加するとき の変化の割合を求めなさい。 (1) 1から3まで (2) 2から4まで</p> <p>変化の割合の特徴</p> <div style="border: 1px solid black; width: 300px; height: 40px; margin: 10px auto;"></div> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

☆ 1次関数 $y = ax + b$ との違いをまとめましょう。

Bさんはリレーの第2走者に選ばれた。
 第1走者のAさんのスピードを落とさずにバトンを受け取りたい。
 Bさんはスタートして何秒後にバトンを受け取るだろうか。
 グラフから考え、説明しなさい

第2走者のBさんがスタート地点を出発してからの
 を x (秒), スタート地点からの を y (m) とする。



【自分の説明】
 グラフを見ると,



【直した説明】
 グラフを見ると,

組 番 氏名 ()

Bさんはリレーの第2走者に選ばれた。
第1走者のAさんのスピードを落とさずにバトンを受け取りたい。
Bさんがスタートして何秒後にバトンを受け取るだろうか。
式を使って考え、説明しなさい

第2走者のBさんがスタート地点を出発してからの

を x (秒), スタート地点からのを y (m) とするとAさんの式 $y = 8x - 8$ Bさんの式 $y = 2x^2$

(計算スペース)

(自分の説明)

式を使って考えると,



(直した説明)

式を使って考えると,

組 番 氏名 ()

Bさんはリレーの第2走者に選ばれた。
 第1走者のAさんのスピードを落とさずにバトンを受け取りたい。
 Bさんはスタートして何秒後にバトンを受け取るだろうか。
 表から考え、説明しなさい

第2走者のBさんがスタート地点を出発してからの
を x (秒), スタート地点からのを y (m) とすると

| | | | | | | | | |
|-----|---------|----|-----|---|-----|---|-----|----|
| Aさん | x (秒) | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 |
| | y (m) | -8 | -4 | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 |

| | | | | | | | | |
|-----|---------|---|-----|---|-----|---|------|----|
| Bさん | x (秒) | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 |
| | y (m) | 0 | 0.5 | 2 | 4.5 | 8 | 12.5 | 18 |

【自分の説明】
 表を見ると,



【直した説明】
 表を見ると,

相互評価シート

友だちの名前

| 評価のポイント | ◎○△ |
|---|-----|
| ① 数学の用語を正しく使っていますか？ | |
| ② 根拠（理由）を明らかにしていますか？ | |
| ③ すじ道立てて説明していますか？ | |
| <p>付け加えた方がいいところ。 もっと良くなるところ。 ◎, ○, △をつけた理由。</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p style="text-align: right;">評価責任者 _____</p> | |