

研究主題 関数関係を見いだし表現し考察する能力を育てる数学科学習指導
の在り方
— 中学校第1学年「比例，反比例」における問題解決の方法を
事象に即して検討する活動を通して —

笠間市立友部第二中学校 教諭 海老澤 俊明

研究の概要及び索引語

関数関係を見いだし表現し考察する能力を育てるためには，表，式，グラフを基にして事象を説明し，問題解決の過程を説明することができるようにすることが大切である。本研究では，中学校第1学年「比例，反比例」における問題解決の方法を事象に即して検討する活動を通して，関数関係を見いだし表現し考察する能力を育てる数学科学習指導の在り方を追究した。

索引語： 中学校，比例，関数関係を見いだし表現し考察する能力，問題解決の方法，事象に即して検討する活動

1 主題設定の理由

平成28年度全国学力・学習状況調査の結果から，関数領域においては，事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明することに課題があることが明らかになった。また，中学校学習指導要領解説数学編（平成20年9月）（以下「解説」という。）では，「関数を用いて具体的な事象をとらえ説明することを通して，関数関係を見いだし表現し考察する能力を養い，関数的な見方や考え方を一層伸ばす。」と示されている。これらのことから，関数指導においては，関数関係を見いだし表現し考察する能力を育てることが大切であると考ええる。

本校の生徒に，比例に関する実態調査（平成*年*月*日実施，第1学年*組*人）を実施した。表，式，グラフのいずれかを用いて問題を解決することができた生徒は*人であったが，そのうち，問題解決の過程を説明することができた生徒は*人であった。このことから，表，式，グラフを用いて問題を解決することができていても，問題解決の過程を説明することができない生徒が多いことが分かった。今後は，表，式，グラフを用いて問題を解決するだけでなく，問題解決の過程を説明することができるようにするための活動の工夫が必要であると考ええる。

そこで，本研究では，第1学年「比例，反比例」において，問題解決の方法を事象に即して検討する活動を行う。まず，時間と道のりの関係を表した原点を通る直線のグラフから，通る点に着目して二つの数量の関係を表と式に表す。次に，表，式，グラフの比例定数や点の座標などの意味を解釈することで，表，式，グラフを基にして事象を説明することができるようにする。さらに，問題解決における表，式，グラフの用い方を検討することで，表，式，グラフのいずれかを用いて問題を解決し，解決の過程を説明することができるようにする。

このように、問題解決の方法を事象に即して検討する活動を通して、関数関係を見いだし表現し考察する能力を育てることができると考え、本主題を設定した。

2 研究のねらい

中学校第1学年「比例，反比例」における問題解決の方法を事象に即して検討する活動を通して、関数関係を見いだし表現し考察する能力を育てる数学科学習指導の在り方を追究する。

3 研究の仮説

中学校第1学年「比例，反比例」において、問題解決の方法を事象に即して検討する活動を行えば、表，式，グラフを基にして事象を説明し、問題解決の過程を説明することができるようになり、関数関係を見いだし表現し考察する能力が育つであろう。

4 研究の内容

(1) 基本的な考え方

ア 関数関係を見いだし表現し考察する能力について

片桐重男は『数学的な考え方の具体化と指導』の中で、「ある事柄Aが、他の事柄Bを変えると、それに伴って変わり、Bをある値（状態）に決めると、それに伴って、Aの値（状態）も決まる」という依存関係に着目し、依存関係にある「AとBの間の対応関係のルール（ f ）を明らかにしようと考えること」で、関数関係を見いだすことができると述べている。この関数関係を見いだしていくときには、「2つの変数の関係をどのように表現していったら見出しやすいかを考え、適切な方法を工夫する」ことが大切であると述べていることから、関数関係を見いだし表現することは一体のものであると考える。また、解説には、「関数は、自然現象や社会現象を能率的に記述し考察するために生まれてきたものであり、表，式，グラフを用いて表現し明らかになった事柄を他者に説明することで、その理解は一層深められる。」と示されていることから、関数関係を表，式，グラフに表すだけでなく、そこから事象を説明することが大切であると考え。これらのことから、関数関係を見いだし表現することを、表，式，グラフを基にして事象を説明することとする。さらに、解説には、「具体的な事象を式で表現して、それらが比例，反比例であるかどうかを判断したり、(中略)問題を解決したりすることができるようにする。その際、判断の根拠や解法を他者に説明することができるようにする。」と示されている。このことから、関数関係を考察することを、問題解決の過程を説明することとする。

以上のことから、第1学年「比例，反比例」の単元で育てたい関数関係を見いだし表現し考察する能力とは、事象の中にある二つの数量の関係を表した表，式，グラフを基にして事象を説明し、問題解決の過程を説明す

ることができる力であると捉える。

イ 目指す生徒が育つ過程

本研究では、関数関係を見だし表現し考察する能力が育つ過程を、図1のように捉える。

まず、事象の中にある二つの数量の関係を表した原点を通る直線のグラフから、それらの関係を表と式に表す。そして、比例定数や点の座標などの意味を解釈し、事象の説明を検討する。これらの活動を行うことで、表、式、グラフを基にして事象を説明することができるようにする。次に、問題を解決するために、表、式、グラフの使い方を検討する。その後、表、式、グラフのいずれかをを用いて問題を解決し、解決過程の説明を検討する。これらの活動を行うことで、問題解決の過程を説明することができるようにする。

以上のような活動を行うことで、表、式、グラフを基にして事象を説明し、問題解決の過程を説明することができるようになり、関数関係を見だし表現し考察する能力が育つと考える。

ウ 研究主題に到達した生徒の姿

本研究では、研究主題に到達した生徒の姿を表1のように、表、式、グラフを基にして事象を説明し、問題解決の過程を説明することができる生徒とする。

エ 問題解決の方法を事象に即して検討する活動について

(ア) 比例定数や点の座標などの意味を解釈する活動

永田潤一郎は『数学的活動をつくる』の中で、「解釈すること」、「数学の世界で処理して導いた結果の意味を、日常生活や社会における出来事に適用して考えたり判断したりすること」と述べている。また、一次関数で表された事象を例に示し、「視覚的にとらえたグラフの差異を、『速さ』や『変化の割合』、『傾き』として数値化してとらえるという置き換え」であるとし、この置き換えに難しさがあると述べている。そして、二つのグラフの差異は、置き換えて解釈することで比較することが可能になり、説明することができるようになると述べている。これらのことから、比例で表される事象においては、式の比例定数やグラフ上の点の座標などに着目し、それらの意味を解釈することで、事象を説明することができるようになると考える。

以上のことから、比例定数や点の座標などの意味を解釈する活動を取り入れることで、表、式、グラフを基にして事象を説明することができるようになると考える。

(イ) 表、式、グラフの使い方を検討する活動

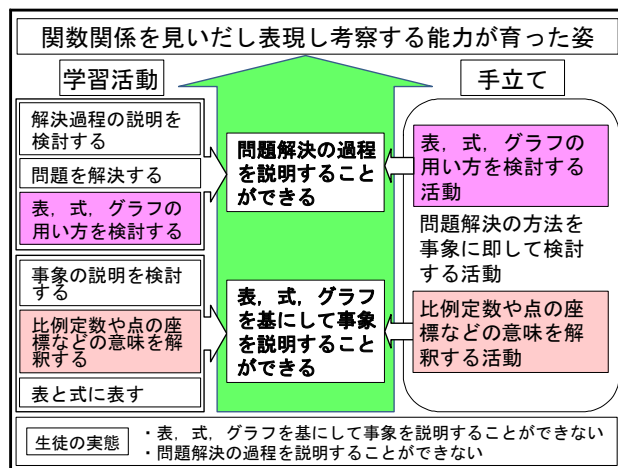


図1 関数関係を見だし表現し考察する能力が育つ過程

表1 研究主題に到達した生徒の姿

- ①表、式、グラフを基にして事象を説明することができる。
- ②問題解決の過程を説明することができる。

平成28年度全国学力・学習状況調査報告書（平成28年8月）では、関数の指導改善のポイントの一つとして、様々な問題を数学を活用して解決できるようにするためには、「問題解決の方法に焦点を当て、『用いるもの』と『使い方』を明確にして問題解決の方法を説明する活動を充実することが大切である。その際、問題解決のために表した表・式・グラフをどのように用いればよいか説明し合う場面を設定し、検討する活動を充実させることが大切である。」と述べている。このことから、問題解決に用いる表、式、グラフの用い方を検討することで、解決の方法が明らかになり、問題解決の過程を説明することができるようになると思う。

以上のことから、表、式、グラフの用い方を検討する活動を取り入れることで、問題解決の過程を説明することができるようになると思う。

(2) 主題に迫るために

ア 生徒の実態

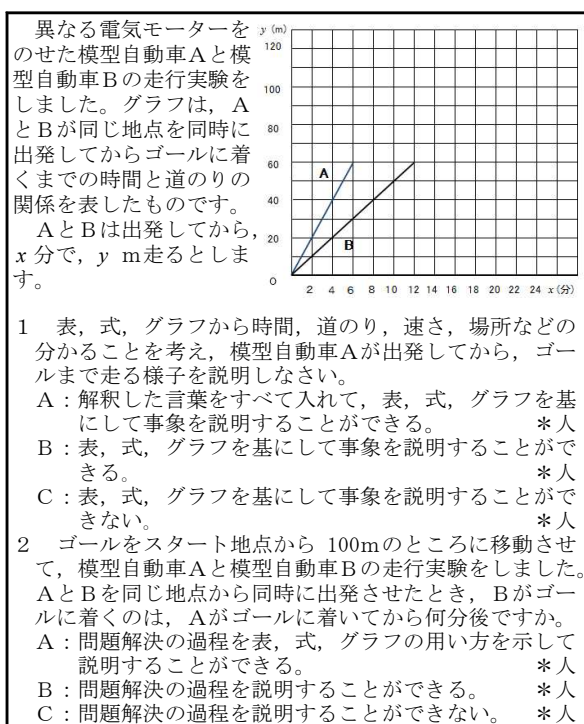
図2は、比例に関する事前調査である。時間と道のりの関係を表した原点を通る直線のグラフから、それらの関係を表と式に表した後、表、式、グラフを基にして事象を説明することができた生徒は*人、そのうち、解釈した言葉をすべて入れて、表、式、グラフを基にして事象を説明することができた生徒は*人であった。また、問題解決の過程を説明することができた生徒は*人、そのうち、問題解決の過程を表、式、グラフの用い方を示して説明することができた生徒は*人であった。これらのことから、表、式、グラフを基にして事象を説明することや、問題解決の過程を説明することができない生徒が多いことがわかった。

そこで、表、式、グラフを基にして事象を説明し、問題解決の過程を説明することができるようにするための活動を充実させることが必要であると考え。

イ 問題解決の方法を事象に即して検討する活動について

(ア) 比例定数や点の座標などの意味を解釈する活動

比例定数や点の座標などの意味を解釈する過程を、二つの段階で行う。資料1(p.5)は第1時で使用するワークシートの一部を示したものである。まず、表、式、グラフにおいて、着目するものを数値や言葉で表す(①着目するもの)。次に、単位などを手がかりとして、数値などが何を意味しているのかを考え、言葉に置き換える(②意味を考え、言葉で表す)。最後に、



※時間と道のりの関係を表と式に表してから、問題に取り組んだ。

図2 比例に関する事前調査

(平成*. *. *実施 笠間市立友部第二中学校第1学年*組*人)

個人で解釈した言葉をより場面に合う表現になるように、グループで話し合う。

このワークシートを使用して、比例定数や点の座標などの意味を解釈する活動を取り入れることで、表、式、グラフを基にして事象を説明することができるようになると思われる。

(イ) 表、式、グラフの用い方を検討する活動

表、式、グラフの用い方を検討する過程を、二つの段階で行う。資料2は第2時で使用するワークシートの一部を示したものである。まず、問題を解決するために、何を用いればよいかを考える（①用いるもの）。そして、それら（表、式、グラフ）をどのように用いれば問題を解決することができるかを検討する（②用い方（解き方）の説明）。用い方を検討する場面では、はじめに、個人で表の用い方を検討した後、全体で表の用い方をまとめる。次に、表の説明を参考にして、式とグラフの用い方を個人で検討した後、グループでも検討する。最後に、全体で式とグラフの用い方をまとめる。

このワークシートを使用して、表、式、グラフの用い方を検討する活動を取り入れることで、問題解決の過程を説明することができるようになると思われる。

(3) 授業実践

ア 単元「比例、反比例」の指導計画（18時間扱い）

次	時	学 習 活 動	評 価 規 準			
			関	考	技	知
1 次 量 の 変 化 （ 2 時 間 ）						
2 次 比 例 （ 7 時 間 ）						
3 次 反 比 例 （ 5 時 間 ）						
4	1・2 (本時)	身のまわりの問題への利用		◎		表、式、グラフを基にして事象を説明することができる。（観察・ワークシート）
				◎		問題解決の過程を説明することができる。（観察・ワークシート）
	3	図形への利用		◎	○	図形の問題から、比例、反比例の関係にある二つの数量を見だし、比例、反比例の考えを利用して問題を解決することができる。（観察・ワークシート）
5 次 単 元 の ま と め （ 1 時 間 ）						

イ 本時の目標

表、式、グラフを基にして事象を説明し、問題解決の過程を説明することができる。

資料1 第1時で使用するワークシートの一部

○ 兄の歩くようすについて、次の値や座標などが意味することを考えよう。

①着目するもの	表	式	グラフ	
	$\frac{y}{x}$ の値	比例定数	点O (,)	点A (,)
②意味を考え言葉で表そう。				
グループで話し合いよりよい言葉を考えよう。				

○ 上で考えた言葉を使って、兄が、家から友部図書館に着くまでどのように歩いたのか、速さや時間、道のり、場所がわかるように説明しよう。

資料2 第2時で使用するワークシートの一部

次の日も2人は、同時に家を出発し、同じ道を別々に歩いて900m離れた友部駅に向かいました。妹は、兄が駅に着いてから何分後に友部駅に着きましたか。ただし、2人の歩く速さは前日と変わらないものとします。

1 この問題を解くために、何を用いて（使って）、どのように解くのか、用い方を考え説明しよう。

①用いるもの			
②用い方（解き方）の説明			

2 問題解決シート（別紙）に問題を解決しよう。

3 自分が選んだ方法のよいところはどこなところですか。

(1) () を利用

(2) よいところ

問題解決シート

次の日も2人は、同時に家を出発し、同じ道を別々に歩いて900m離れた友部駅に向かいました。妹は、兄が駅に着いてから何分後に友部駅に着きましたか。ただし、2人の歩く速さは前日と変わらないものとします。

○ 表、式、グラフのいずれかを用いて考え、考え方がわかるように言葉で説明しよう。

※ 何をどのように用いて考えを求めていくのか、手順も含めて説明しよう。

※ 説明には、数値、計算、式などを入れてもかまいません。

※ 結論まで説明しよう。

※ 表やグラフを利用した場合は、表やグラフのどこを見たのかがわかるように印を付けよう。

① 表を利用 (自分・友達) の考え

兄	妹
x (分)	x (分)
y (m)	y (m)

求め方の説明

② 式を利用 (自分・友達) の考え

兄の式 $y = \quad$

妹の式 $y = \quad$

求め方の説明

③ グラフの利用 (自分・友達) の考え

求め方の説明

本時の指導

学習内容・活動		形態	指導上の留意点と評価の観点・方法																																							
【第1時】 1 本時の学習課題をつかむ。 身のまわりのことを、表、式、グラフから説明しよう。 2 学習問題で、グラフに表された x と y の関係を表と式に表す。 兄と妹は、同時に家を出発し、同じ道を歩いて友部図書館に向かいました。グラフは2人が家を出発してから図書館に着くまでの、時間と道のりの関係を表したものです。2人が家を出発してから、x 分で y m進むとして、兄と妹の歩くようすをそれぞれ説明しましょう。 (1) x と y の関係を表に表し、y/x の値を調べる。 <table><tr><td colspan="5">兄</td><td colspan="5">妹</td></tr><tr><td>x(分)</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>x(分)</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>10</td><td>12</td></tr><tr><td>y(m)</td><td>0</td><td>150</td><td>300</td><td>450</td><td>600</td><td>y(m)</td><td>0</td><td>100</td><td>200</td><td>300</td><td>400</td><td>500</td><td>600</td></tr></table> ・兄の y/x の値は75 ・妹の y/x の値は50 (2) x と y の関係を式に表し、y は x に比例することを確認する。 ・兄 $y = 75x$ ($0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 600$) ・妹 $y = 50x$ ($0 \leq x \leq 12, 0 \leq y \leq 600$) ・$x$ と y の関係が、$y = ax$ で表されるとき、y は x に比例する。 3 比例定数や点の座標などの意味を解釈する。 (1) 兄の表、式、グラフにおいて、比例定数や点の座標などが何を表しているのかを考える。 ・比例定数75 → 1分間に75m進む。 ・点A(8, 600) → 8分で600m進む。 など (2) より場面に合う言葉になるようにグループで話し合う。 ・「8分で600m進む」は、「8分後に、600m先の図書館に着いた。」のほうがよい。 など 4 兄が図書館に着くまでの歩く様子の説明を検討する。 (1) 解釈を基に各自で説明を考える。 ・兄は、家を出発してから毎分75mの速さで歩き、8分後に600m先の図書館に着いた。 (2) グループや全体で話し合い、確認をする。 5 本時のまとめをする。		兄					妹					x (分)	0	2	4	6	8	x (分)	0	2	4	6	8	10	12	y (m)	0	150	300	450	600	y (m)	0	100	200	300	400	500	600		一斉 一斉 個別 個別 グループ 個別 グループ 一斉 一斉	・x が時間、y が道のりであることを確かめて、時間と道のりの関係を調べることを確認する。 ・x 軸と y 軸の一目盛りが表す量を全体で確かめる。 ・歩く様子を説明するために、表、式、グラフを用いて、時間と道のりの関係を調べる必要があることを確認する。 ・兄を例に、グラフのどこを見れば、表に表すことができるのかを助言する。 ・表を縦にみたり、横にみたりして、変化と対応の様子を調べるように促す。 ・表が正しくかけているかをクラス全体で確認できるようにする。 ・式に表すことができない生徒には、表を縦にみて、y が x の何倍となっているかを考えるよう促す。 ・変域の意味を確認する。 ・式と変域が正しくかけているかをクラス全体で確認できるようにする。 ・解釈は、①「着目する」、②「意味を考え、言葉で表す」の二つの段階で行うこととする。 ・比例定数と点の座標については、②の過程において、単位を手がかりとして、考えるよう助言する。 ・解釈の仕方の参考にするため、点O(0, 0)の解釈を全体で行う。 ・互いの表現をグループで伝え合うことでよりよい表現に改善する。 ③ 表、式、グラフを基にして事象を説明することができる。 (見方や考え方、観察・ワークシート) ・兄の歩く様子を説明することができた生徒には、妹の歩く様子の説明を考えるよう促す。 ・発表を聞いて、必要に応じて、自分の説明に赤で加筆修正する。
兄					妹																																					
x (分)	0	2	4	6	8	x (分)	0	2	4	6	8	10	12																													
y (m)	0	150	300	450	600	y (m)	0	100	200	300	400	500	600																													
【第2時】 1 本時の学習課題をつかむ。 問題を解決し、考えたことを説明しよう。 2 問題を解決するために、表、式、グラフの用い方を検討する。 次の日も2人は、同時に家を出発し、同じ道を別々に歩いて、900m離れた友部駅に向かいました。妹は、兄が駅に着いてから何分後に友部駅に着きましたか。ただし、2人の歩く速さは前日と変わらないものとします。 (1) 問題を解決するために、何を用いればよいかを考える。 (2) 表の用い方を各自で検討した後、全体でまとめる。 ・①兄と妹の表の続きを900mのところまでかき、兄と妹の歩いた時間を求める。②兄と妹の時間の差を求める。 (3) 各自で式とグラフの用い方を検討する。 ・①兄の式 $y = 75x$ と妹の式 $y = 50x$ に、それぞれ、$y = 900$ を代入して、兄と妹の歩いた時間を求める。②兄と妹の時間の差を求める。 ・①グラフの続きを900mのところまでかき、兄と妹の歩いた時間を読み取る(求める)。②兄と妹の時間の差を求める。 (4) 各自で考えた式とグラフの用い方を、グループで検討する。 (5) 全体で式とグラフの用い方をまとめる。 3 問題を解決し、解決過程の説明を検討する。 (1) 各自で問題を解決し、解決過程の説明を検討する。 ○表を利用 → 兄と妹の表の続きを900mまでかき、兄と妹の歩いた時間を求めると、兄は12分、妹は18分で駅に着くことが分かる。兄と妹の時間の差は、$18 - 12 = 6$ で、妹は兄の6分後に友部駅に着く。 ○式を利用 → 兄の式 $y = 75x$ と妹の式 $y = 50x$ に、それぞれ、$y = 900$ を代入して、兄と妹の歩いた時間を求めると、兄は12分、妹は18分で駅に着くことが分かる。(以下同じ) ○グラフを利用 → 兄と妹のグラフを900mまで伸ばし、兄と妹の歩いた時間を求めると、兄は12分、妹は18分で駅に着くことが分かる。(以下同じ) (2) グループや全体で解決過程の説明を検討する。 4 適用問題を解く。 5 本時のまとめをする。			一斉 一斉 一斉 個別 一斉 個別 グループ 一斉 個別 グループ 一斉 個別 一斉	・問題解決に必要な言葉に下線を引き、問題の把握を促す。 ・前時の600mより長い距離であることを確認する。 ・表、式、グラフの用い方の検討は、①「用いるものの検討」、②「用い方(解き方)の説明の検討」の二つの段階で行うこととする。 ・表の用い方を各自で考えた後、発表された意見を全体で加筆修正することで、用い方の説明の仕方を確かめる。 ・$y = 900$ のときの x の値が、駅に着くまでにかかる時間であることを確認する。 ・表の場合を参考にして、式とグラフの用い方を考えるよう助言する。 ・発表を聞いて、必要に応じて、自分の説明を赤で加筆修正する。 ・それぞれの方法を確認し、どの方法で解決するのかを考えるよう促す。 ・自分で方法を選択して問題を解決する。 ・解決の過程を順序立てて記述し、結論まで記述するよう助言する。 ・説明には、言葉だけでなく、数値や式、計算を入れ、できるだけ具体的に分かりやすく書くように伝える。 ・一つの方法で解決することができた生徒には、他の方法にも取り組むよう促す。 ・表とグラフの読み取った箇所に印を付けるよう指示をする。 ③ 問題解決の過程を説明することができる。 (見方や考え方、観察・ワークシート) ・発表を聞いて、必要に応じて、自分の説明に赤で加筆修正する。 ・表、式、グラフそれぞれを用いるよさにも気付くことができるようにする。																																						

エ 授業記録

抽出した生徒	生徒A 表、式、グラフを基にして事象を説明し、問題解決の過程を説明することができる。 生徒B 表、式、グラフを基にして事象を説明することができるが、問題解決の過程を説明することができない。 生徒C 表、式、グラフを基にして事象を説明したり、問題を解決したりすることができない。			
学習の流れ	全体的様子	生徒A	生徒B	生徒C
1 本時の学習課題を確認し、兄と妹の x と y の関係を表にまとめる。	x と y が何を表しているのかについて意見が出る。 - グラフから表にまとめることができる生徒が多い。 y/x の値を調べることができる生徒が多い。	- グラフの座標を読み、表に表す。 - 友達に表のまとめ方を助言する。 - 兄と妹の y/x の値を調べ、正しい値を求める。	x が時間、y が道のりであることをうなずく。 - すぐに表に表すが、点 $O(0, 0)$ を抜かしたことに気づき、表をかき直す。 - 表を縦、横に調べ兄と妹の y/x の値を正しく求める。	- グラフを確認しながら表に表すが、友達と確認し、誤りを直す。 - 兄と妹の y/x の値を調べ、正しい値を求める。
2 式に表し比例であることを確認する。	y/x の値を根拠に式に表すことができる生徒が多い。 - 変域を求めることに戸惑う生徒が数名いる。	- 兄と妹の式及び変域を自力で求める。 - 比例であることを記入する。	- 兄と妹の式及び変域を自力で求めた後、友達に確認する。 - 比例であることを記入する。	- 式に表すことはできたが、変域は求めることができない。 - 比例であることをうなずく。
3 (1) 比例定数や点の座標などの意味を解釈する。 (2) 各自の解釈を出し合い、より場面に合う言葉になるようにグループで話し合う。	- 着目するものを数値や言葉に置き換える場面では、多くの生徒が、グラフの形の意味を解釈することができない。 - 点 O を例に、解釈する手順を全体で確認する。 - 点 O の意味を「家を出発する」と考えた意見から、解釈の手順を理解する。 - 比例定数と点 A について、自力で解釈できる生徒が多い。 - 点 A について、時間や道のり、場所をどのように表現するか活発に話し合う班が見られた。	- 着目するものの数値や言葉を確認する場面では、グラフの形を「右上がりの直線」と発表する。 - 点 A について、「図書館に着くまでの道のりが600mでかかった時間が8分」と表現する。 - 直線を、「ずっと同じペース」と表現する。 - 話合いの中心になり、点 A について、「8分で600mの道のりの図書館に着く。」とまとめる。 - 直線は、友達の見解を聞いて「図書館に着くまでの速さが一定」とまとめる。	- グラフの形以外は、自分で解釈し、言葉で表す。 - 点 A から考え始め、「家を出て、8分のときに600mの地点にいる。」と表現する。 y/x の値や比例定数について、自分で解釈し、表現する。 - 直線を、「2分進むごとに150m進む」と表現する。 - 話合いでは、1番先に、説明を始め、y/x の値と比例定数について、「毎分75m」と意見を言い、グループで採用される。	- グラフの形以外は、自分で解釈し、言葉で表す。 - 点 A から考え始め、しばらく考え込んでから、「8分で600m」と表現する。 y/x の値と比例定数について迷いながら、「1分に75m」と表現する。 - 直線を、「比例」と表現する。 - 友達の見解と自分の解釈を比べながら聞くが、あまり発言はしない。 - 直線についての話合いでは、「直線は、比例を思い出す。」と発言する。
4 兄が歩く様子の説明を検討する。	- 解釈した言葉を使って、説明することができる生徒が多い。 - グループで説明を検討し、自分の説明を赤で直したり、付け加えたりする。	- 解釈した言葉に基づき、兄が家から図書館まで歩く様子を適切に説明することができた。また、妹についても説明できた。 - 説明は直さない。	解釈した言葉に基づき、兄が家から図書館まで歩く様子を説明することができた。また、妹についても説明できた。	解釈した言葉に基づき、兄が家から図書館まで歩く様子を説明することができた。
5 本時のまとめをする。	全体で、説明を確認し、自分の説明を振り返る。	発表と自分の説明を比べながら聞き、説明に必要な用語を確認する。	発表と自分の説明を比べ、「一定の速さ」と書き足す。	発表と自分の説明を比べ、「一定の速さ」と書き足す。
1 本時の学習課題をつかむ。	問題文を見ながら、手がかかりだと思う所に線を引く。	すぐに線を引き、課題を確認する。	すぐに線を引き、課題を確認する。	友達に質問しながら、線を引く。発表の後、1か所書き加える。
2 問題を解決するために、表、式、グラフの用い方を検討する。	- 表の用い方を各自で検討し、全体でまとめる。 - 表の用い方を参考に、式とグラフの用い方を各自検討するが、考えつくまでに時間がかかる。 - グループで式とグラフの用い方を検討する。 - 式の用い方を、活発に話し合う班が多い。 - 全体で式とグラフの用い方をまとめる。	- 表の用い方を自ら考えることができた。 - 表の用い方の記述例を参考に、式とグラフの用い方を、自ら考えて、書くことができた。 - 話合いでは、積極的に自分の意見を述べ、グループの意見をまとめる。 「$y=900x$」と書いた友達に、比例定数が900ではないことを指摘する。 - うなずきながら話を聞く。	- 表の用い方を検討し、「妹が着いた時間から、兄の着いた時間をひくと、何分後に着いたか求められる。」と書く。 - 発表を聞き、「y が 900m になるまで表をかいて、兄と妹の x の値を求め」と書き加える。 - 式については、自分の考えを書くが、グラフについては、グループで検討した後、記入する。	- 表の用い方を検討するが、自分の考えを書くことはできない。 - 表の用い方の記述例を参考に、グラフの用い方を書くことができた。 - 式の用い方については、しばらく考えたが、書くことはできなかった。 - 話合いでは、友達の説明を聞いて、わからないことを質問しながら、話を聞く。
3 検討したことを基に、問題を解決し、解決過程の説明を検討する。	表、式、グラフのいずれかを基に問題を解決する。 表、式、グラフを選択する生徒が同程度いたが、多くの生徒が、複数の方法で問題を解決し、解決過程を説明することができた。 - 多くの生徒が、検討したことを基に正しく問題を解決し、解決過程を説明することができた。	- すぐに式を用いて問題を解決し、解決過程を説明する。式を選んだ理由として、「グラフや表をかかなくてもすぐに答えを求めることができる。」と記入する。 - 式を用いて解決した後、表とグラフでも、問題を解決し、解決過程を説明する。	- すぐに表を用いて問題を解決するが、妹の表を誤って作成し、「1分後」と求め、解決過程を説明する。 - 表を用いて解決した後、グラフを用いて解決し、正しい答え「6分後」を求め、解決過程を説明する。 - 妹の表の誤りに気づき、表を訂正し、説明も訂正する。	- 少し考えた後、表を用いて、「6分後」と求め、解決過程を説明する。兄と妹が、駅まで何分で着くか（18分と12分）については、説明していない。 - 表を用いて解決した後、グラフを用いて問題を解決し、解決過程を説明する。
4 グループや全体で、解決過程の説明を検討する。	グループで検討した後、全体で確認をし、自分の説明を直したり、足りない表現を書き加えたりする。	自分の説明と比べながら発表を聞き、確認をする。自分の説明を直したり、表現を書き加えたりしない。	自分の説明と比べながら発表を聞き、確認をする。自分の説明を直したり、表現を書き加えたりする。	自分の説明と比べながら発表を聞き、確認をする。自分の説明を直したり、表現を書き加えたりする。
5 本時のまとめをする。	- 問題に応じて、表、式、グラフを使い分けるとよいことを知る。 - 本時のまとめを書く。	「式はどんな場合でも解ける。」と書く。 「表、式、グラフを使うことで、問題を解き説明できる。」とまとめを書く。	「使い分ける」という説明に「そうか。」と言う。 「表、式、グラフでの求め方を考えてまとめると説明できる。」とまとめを書く。	「使い分ける」という説明にうなずく。 「表やグラフを一定の数までのばし、その時間を求めると差がわかりやすい」とまとめを書く。

ゴシック太文字は、研究主題に関わる生徒の姿

(4) 授業の分析及び考察

ア 問題解決の方法を事象に即して検討する活動について

(ア) 比例定数や点の座標などの意味を解釈する活動

資料3は、比例定数や点の座標などの意味を解釈した生徒の記述である。これを見ると、①から②の言葉が記述され、グループでの話し合いを通して、より場面に合う言葉に改善されている。資料4は、表、式、グラフを基にして事象を説明した同じ生徒の記述である。

この説明を見ると、表の $\frac{y}{x}$ の値や式の比例定数、点Aの座標などから解釈した、「分速75m」や「8分で600m先の図書館に着いた」などの言葉を基に、説明を記述していることが分かる。この活動では、*人中*人の生徒が、表、式、グラフを基にして事象を説明することができた。

以上のことから、比例定数や点の座標などの意味を解釈する活動を取り入れることは、表、式、グラフを基にして事象を説明することに有効であったと考える。

(イ) 表、式、グラフの用い方を検討する活動

資料5は、表、式、グラフの用い方を検討した生徒の記述である。これを見ると、問題を解決するために、表、式、グラフをどのように用いればよいかが記述されている。資料6は、問題解決の過程を説明した同じ生徒の記述である。この説明を見ると、問題解決の過程の中に、式の用い方が記述されており、検討したことを使って、問題を解決し、解決過程を説明していることが分かる。この活動では、*人中*人の生徒が、問題解決の過程を説明することができた。

以上のことから、表、式、グラフの用い方を検討する活動は、問題解決の過程を説明することに有効であったと考える。

イ クラス全体の変容

表2(p.9)は、目指す生徒の姿に関する判断の基準である。図3(p.9)は、

資料3 比例定数や点の座標などの意味を解釈した記述

①着目するもの	表		式			グラフ	
	$\frac{y}{x}$ の値	比例定数	点O		点A	形	
②意味を考え、言葉で表そう。	75	75	$(0, 0)$		$(8, 600)$	直線	
グループで話し合い、言葉を考えてよう。	1分に75m歩いた。		0分で0m		8分で600m・家を出発してから8分で600mの地点	・家を出発してから同じ時間で、同じ速さの地点	
	分速75mで歩き続けた。		家を出発する		家から6分が600m先の図書館に着いた。	一定の速さで歩き続けた。	

※ 点Oについては、全体で考え、記入した。

資料4 表、式、グラフを基にして事象を説明した記述

・兄は、分速75mの一定の速さで歩き、家から600m先にある図書館まで8分で着いた。
--

資料5 表、式、グラフの用い方の記述

①用いるもの	表	式	グラフ
②用い方(解き方)の説明	① 子が900mに居るまで表の速さをかいて、妹のxの値と兄のxの値を求め、 ② 兄と妹の時間差を求め。	① 兄の $y=75x$ 、妹の $y=50x$ に $y=900$ を代入して、xを求め、 ② 兄と妹の時間差を求め。	① 子が900mに居るまで900mの線そのままで兄と妹のyが900mのときのxの値を求め、 ② 兄と妹のxの値の差を求め、 ③ 兄と妹のxの値をひいてその差を求め。

資料6 問題解決の過程を説明した記述

兄: $y=75x$ に $y=900$ を代入して、 $900=75x$ になる。 $900=75x$ を計算すると、 $x=12$ になる。 妹: $y=50x$ に $y=900$ を代入して、 $900=50x$ になる。 $900=50x$ を計算すると、 $x=18$ になる。 兄と妹の時間差を求めると、 $18(分)-12(分)$ をひくと、 $6(分)$ になる。 だから答えは 兄が駅に着いてから6分後に友部駅に着いた。

表 2 に基づいて生徒の変容を捉えた結果である。事前、事後調査とも、時間と道のりの関係を表した原点を通る直線のグラフから、それらの関係を表と式に表した後、表、式、グラフを基にして事象を説明し、問題解決の過程を説明する問題で実施した。

目指す生徒の姿①に関して、基準 B 以上は * 人、そのうち、基準 A に達した生徒は * 人であった。一方、* 人の生徒が表、式、グラフを基にして事象を十分に説明することができなかったことから、グラフに表された数量の関係について、変化や対応の様子を読み取ることができるよう、学び直しの機会を設ける必要があると考える。目指す生徒の姿②では、基準 B 以上は * 人、そのうち、基準 A に達した生徒は * 人であった。さらに、事前調査では、無解答であった * 人の生徒が、表、式、グラフのいずれかをを用いて、問題解決の過程を説明できるようになった。一方、* 人の生徒が問題解決の過程を十分に説明することができなかったことから、問題解決の過程を口述したり、段階的に記述したりする機会を設ける必要があると考える。

以上のことから、問題解決の方法を事象に即して検討する活動を行うことで、表、式、グラフを基にして事象を説明し、問題解決の過程を説明することができるようになり、関数関係を見だし表現し考察する能力を育てることができたと考える。

ウ 抽出した生徒の変容

資料 7 (p.10) は、抽出した生徒が問題解決の過程を説明した記述について、事前と事後で比較したものである。生徒 A は、表の用い方を示さず問題解決の過程を説明していたが、事後では表の用い方を示して問題解決の過程を説明することができるようになった。生徒 B は、比例の式を示さず、求め方を簡単に説明しただけであったが、事後では式の用い方を示して問題解決の過程を説明することができるようになった。生徒 C は、グラフを正しく用いることができず誤った答えを導き出していたが、事後ではグラフを正しく用いて問題を解決し、グラフの用い方を示して解決の過程を説明することができるようになった。

以上のことから、問題解決の方法を事象に即して検討する活動は、関数関係を見だし表現し考察する能力を育てるために有効であったと考える。

表2 目指す生徒の姿に関する判断の基準

- ①表、式、グラフを基にして事象を説明することができる。
 A：解釈した言葉をすべて入れて、表、式、グラフを基にして事象を説明することができる。
 B：表、式、グラフを基にして事象を説明することができる。
 C：表、式、グラフを基にして事象を説明することができない。
- ②問題解決の過程を説明することができる。
 A：問題解決の過程を表、式、グラフの用い方を示して、説明することができる。
 B：問題解決の過程を説明することができる。
 C：問題解決の過程を説明することができない。

生徒	目指す生徒の姿①	目指す生徒の姿②
あ		
い		
う		
え		
お		
か		
き		
く		
け		
こ		
さ		
し		
す		
せ		
そ		
たち		
つ		
て		
と		
な		
に		
ぬ		
ね		
の		
は		
ひ		
ふ		
へ		
ほ		
ま		
み		
む		
め		

抽出生徒 A：う 抽出生徒 B：さ 抽出生徒 C：そ
 事前：A, B, C 事後：A, B, C

図 3 生徒の変容

(事前：平成*.*.*実施
 笠間市立友部第二中学校第 1 学年*組*人)
 (事後：平成*.*.*実施
 笠間市立友部第二中学校第 1 学年*組*人)

資料 7 抽出した生徒の記述の比較

	抽出生徒 A	抽出生徒 B	抽出生徒 C
事前調査	途中省略 途中省略 Aは、100mまで行くのに10分かかるとBは20分かかるとC、$20-10=10$(分)となり答えは10分後	$20\text{分}-10\text{分}=10\text{分}$ A - B をおろす。 のタイム (答) 10分後	Aが24分かかる、Bが24分かかるのは24分です。Bが24分かかる時間AはAが24分かかる時間を引くと、$24-13=11$なので11分後です。
事後調査	姉 $y=100x$ 兄 $y=50x$ $800=100x$ $x=800 \div 100$ $x=8$ そして弟の時間から姉の時間をひく。 $16-8=8$ 姉が着いてから着くのは8分後に着いたといえる。	姉 $y=100x$ 兄 $y=50x$ $800=50x$ $x=800 \div 50$ $x=16$ そして弟の時間から姉の時間をひく。 $16-8=8$ 姉が着いてから着くのは8分後に着いたといえる。	姉と弟のグラフを $y=800$ になるまで伸ばして、そのときの時間を求める。そうすると、姉は8分、弟は16分になる。次に弟のかけた時間から姉のかけた時間を引く。 $16-8=8$ よって、弟は姉が公園についた8分後に公園に着くといえる。

5 研究のまとめ

問題解決の方法を事象に即して検討する活動を通して、関数関係を見いだし表現し考察する能力を育てる数学科学習指導の在り方を追究した結果、次のことが明らかになった。比例定数や点の座標などの意味を解釈する活動は、表、式、グラフを基にして事象を説明することができるようになるために有効であった。また、表、式、グラフの用い方を検討する活動は、問題解決の過程を説明することができるようになるために有効であった。これらのことから、問題解決の方法を事象に即して検討する活動を行うことは、関数関係を見いだし表現し考察する能力を育てるために有効であった。

6 今後の課題

- (1) 表、式、グラフを基にして事象を説明することができなかった生徒や、問題解決の過程を十分に説明することができなかった生徒がいたことから、問題解決の方法を事象に即して検討する活動を更に工夫していく必要がある。
- (2) 反比例や一次関数など、他の関数においても、問題解決の方法を事象に即して検討する活動の有効性を検証していく必要がある。

〈引用文献〉

- 文部科学省 「中学校学習指導要領解説数学編」 平成20年 9 月
 片桐重男著 「数学的な考え方の具体化と指導」明治図書 平成16年 8 月
 永田潤一郎著 「数学的活動をつくる」東洋館出版社 平成24年10月
 文部科学省・国立教育政策研究所 「平成28年度全国学力・学習状況調査報告書」 平成28年 8 月