

1 単元名 比例と反比例の利用

2 本単元の目標

- (1) 日常生活や社会の事象の中の数量の関係を表、式、グラフなどに表し、比例や反比例の関係を見いだすことができる。
- (2) 日常生活や社会の事象の中の数量から必要な変数を取り出すとともに、それらの関係を理想化したり抽象化したりして考察することができる。
- (3) 比例や反比例について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、比例、反比例を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしていたりしている。

3 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
知①日常生活や社会の事象の中の数量の関係を表、式、グラフなどに表し、比例や反比例の関係をみいだしている。	思①日常生活や社会の事象の中の数量から必要な変数を取り出している。 思②日常生活や社会の事象の中の数量の関係を理想化や抽象化したりして考察している。	態①比例、反比例について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、問題解決の過程を振り返って検討したりしようとしている。

4 単元について

(1) 単元観

本単元は学習指導要領解説数学編（平成29年7月）第1学年「内容C(1)比例、反比例」に位置付けられている。小学校算数科では第4学年から第6学年にかけて、変化の様子を表や式、折れ線グラフを用いて表したり、変化の特徴を読み取ったり、伴って変わる二つの数量を見いだして、それらの関係に着目し変化の対応の特徴を考察したりしてきている。また、比例の関係を理解しこれを用いて問題を解決してきている。なお、比例の理解を促すため、反比例についても学習してきている。中学校数学科における比例、反比例の学習は、日常生活において数量間の関係を探究する基礎となるものである。小学校算数科での学習とのちがいは、変域に負の数が含まれること、グラフを座標平面上にかくこと、文字を用いた式によって関数を表現し考察すること、学習の対象が一次関数や関数 $y = ax^2$ にまで拡張されることである。比例、反比例の活用については、具体的な事象を表、式、グラフなどで表現して、それらが比例、反比例であるかどうかを判断したり、具体的な事象を比例、反比例とみなすことによって問題を解決したりできるようにすることをねらいとしている。

(2) 生徒観

本校生徒に日常生活や社会の事象に関する実態調査（令和4年*月*日実施、第7学年*人）を実施した。日常生活の問題において、考えが成り立つために考えておかなければならない仮定を正しく選ぶことができた生徒は*%、目的に応じて調べる変数を選ぶことができた生徒は*%、複数の変数が考えられる場面で、適切に変数を制御して調べる方法を選ぶことができた生徒は*%であった。これらのことから、日常生活や社会の事象に関する問題において、考え方の前提となる条件において考えることや問題の場面の中に複数内在している変数の中から適切な二つを選んで考察することに課題があることがわかった。

(3) 指導観

本単元では、日常生活や社会の事象を数学化することによって解決していくことになる。現実世界の事象を数学化するためには、目的に応じて必要な観点を持ち、その観点から事象を理想化したり抽象化したりして、事象を数量や図形及びそれらの関係などに着目して数学の舞台にのせて考察することが大切である。現実の事象の数学化に必要な観点は、「仮定をおく」「変数を取り出す」「変数を制御する」といったことが挙げられる。そこで、学習問題は生徒にとって日常生活と数学のつ

ながりが感じられる興味、関心のもてるものであるとともに、複数の変数が内在し、変数を制御する必要があるものとする。また、問題形成・把握の段階での「数学的な態度の発問」「方法に関係した考え方の発問」「内容に関係した考え方の発問」の分類を意識して発問の工夫を行うことで、事象の考察が円滑に行えるようにしていきたい。

5 単元の指導計画（6時間扱い） ○は指導に生かす評価、◎は記録に残す評価場面

次	時	学習内容・活動	知	思	態	評価及び評価方法等
3	1	目標： $a = b \times c$ で表された式において、a、b、c のいずれか一つを決まった数、残りの二つを変数としたとき、二つの間の変数の関係が比例したり反比例したりすることを見いだすことができる。 問題 一定の間隔でスライドを映すスライドショーを作成するには、どのようなことが分かればよいでしょう。 - 問題の場面から変数を挙げる。 <挙げるのが予想されるもの> 1枚のスライドを映す時間 - スライドの枚数 - 全体の時間 課題 三つの数の中で一つを一定にすると、残りの2数にはどのような関係が成り立つか考えよう。 ア. スライドを50枚使うとき イ. 全体の時間を10分にすると - 二つの変数を取り出し、それらの関係を式で表し、比例や反比例の関係を見いだす。 <予想される考え方> (全体の時間) = (1枚のスライドを映す時間) × (スライドの枚数) ア. 1枚のスライドを映す時間を x 秒、全体の時間を y 秒とすると、 $y = x \times 50$ $y = 50x$ - 全体の時間は1枚のスライドを映す時間に比例する。 イ. 1枚のスライドを映す時間を x 秒、スライドの枚数を y 枚とすると、 $600 = x \times y$ $y = \frac{600}{x}$ - スライドの枚数は1枚のスライドを映す時間に反比例する。	○			- 実際にスライドショーを見せ、作成するときに決める必要があることについてのイメージをもてるようにする。 1枚のスライドを映す時間を変数として取り出すためには、「スライドは一定のペースで切り替わる。」という仮定をおくことが重要であることに気付かせたい。 - 変数として時間を挙げた生徒がいたときには、「どんな時間だろう。」と問いかけることで、「全体の時間」や「1枚のスライドを映す時間」とより具体的な表現を引き出す。 「使うスライドがちょうど50枚あるらしいね。」「BGMとして曲を2曲分流したいので全体の時間を10分にする必要があります。」などと問いかけ、スライドショーを作る目的に応じて変数が決まった数(定数)になる場合があることに気付かせたい。 「全体の時間、1枚のスライドを映す時間、スライドの枚数の関係を言葉の式で表せますか。」と問いかけ、(全体の時間) = (1枚のスライドを映す時間) × (スライドの枚数) という変数の関係を意識できるようにする。 知①：変数の関係を文字式で捉えることが難しい生徒には、具体的な数をあてはめて考えたり、表を作成したりすることでイメージをつかむことができるよう助言する。【観察、発言】 - 比例や反比例の関係を式で表すことができている生徒には、「何を一定にしたら比例(反比例)になったか。」「○は□□に比例(反比例)していると言葉で表すとどうなるか。」と問いかけ、式として処理した関係を日常の場面で捉えなおすように助言する。 x(独立変数)とy(従属変数)を逆にして考えた生徒がいた場合には、考え方を取り上げて検討する。

	まとめ 全体の時間を a 秒、1 枚のスライドを映す時間を b 秒、スライドの枚数を c 枚とすると、$a = bc$ という式が成り立つ。 $a = bc$ で表された式で、a、b、cのうち、いずれか一つを決まった数、残りの二つを変数とすると、その2変数の間の関係は、比例したり、反比例したりする。 ・適用問題を解く。 ・振り返りを行う。		◎	・言葉の式で表したものを $a = bc$ と1つの式にまとめることで、それぞれ別の関数である比例や反比例を統合的に捉えることができるようにする。 思①：【ワークシート】												
2	目標：電子レンジで食品を温めるという日常生活の事象から変数を取り出し、二つの変数の関係を調べる中で、比例や反比例であるとみなすことのよさが分かる。 問題 ちょうどよく食品を温めよう。 500W 6 分 600W 5 分 20 秒 1500W 2 分 ・問題の場面から変数を挙げる。 <挙げることが予想されるもの> ・電子レンジの出力(W数) ・加熱時間 ・温度 ・温める食品の大きさや数 課題 ()Wの電子レンジでは、どれくらいの時間に合わせればよいだろう。 ・問題を解決するのに必要な二つの変数(電子レンジの出力、加熱時間)を取り出す。 <予想される考え方> ・電子レンジの出力をxW、加熱時間をy秒として、表をかき考察する。 <table><tr><td>x</td><td>500</td><td>…</td><td>600</td><td>…</td><td>1500</td></tr><tr><td>y</td><td>360</td><td>…</td><td>320</td><td>…</td><td>120</td></tr></table> ※加熱時間の単位を分とする方法も考えられる。	x	500	…	600	…	1500	y	360	…	320	…	120			○ 態①：使おうとした電子レンジの出力が 700Wや 1000Wなど食品のパッケージに書かれていない値であったときには、どれくらいの時間に合わせて温めればよいかという問いかけから課題を見いだせるようにする。【観察、発言】 ・電子レンジで食品を温めるという日常生活の事象の場面を提示し、興味、関心をもてるようにする。 ・食品のパッケージを映した写真を見せ、そこに書かれた電子レンジの出力(W 数)と時間で温めることを「ちょうどよく食品を温めること」であると確認する。 ・変数は必要ないものもふくめて挙げさせ、課題に応じて必要な変数を取り出せるようにする。 ・食品のパッケージを映した写真を生徒のタブレットで見られるようにしておく。 ・使う電子レンジの出力を決めれば、その食品をちょうどよく温める時間が決まることから、x(独立変数)とy(従属変数)の置き方を捉えさせる。 ・考えが進まない生徒には、食品のパッケージに書かれた電子レンジの出力と加熱時間について表を作って考えるよう助言し、関数関係を見いだせるようにする。
x	500	…	600	…	1500											
y	360	…	320	…	120											

	<予想される考え方(続き)> ○表ではxの値が 500 から 1500 へ 3 倍になると、それに対応するyの値が 360 から 120 へ$\frac{1}{3}$倍になっている。このことから、yはxに反比例しているとみなして考える。 ○表において、 $500 \times 360 = 180000$ $600 \times 320 = 192000$ $1500 \times 120 = 180000$ 表ではxyの値が異なる部分もあるがほぼ一定であるとみて、yはxに反比例しているとみなして考える。 (例) 700W の出力で温めるとき 2 つの変数の関係を式で表すと $y = \frac{180000}{x}$ この式に$x = 700$を代入すると、 $y = \frac{180000}{700} = 257.1 \dots$ 257 秒 = 4 分 17 秒 電子レンジの時間表示は 10 秒単位であることが多いので、4 分 10 秒または 4 分 20 秒温めるとよい。 まとめ 日常生活の問題は、二つの変数の関係が比例や反比例であるとみなすことによって解決できることがある。 ・適用問題を解く。 ・振り返りを行う。	◎		知①：【ワークシート、観察】 ・比例や反比例の表の読み方として、表を縦に読んで比例定数を見いだしたり、横に読んで～倍の関係を見いだしたりしていたことを想起させる。 ・厳密に見れば反比例ではないように見える値がふくまれているが、すぐに反比例ではないと決めつけるのではなく、ほぼ一定であると仮定をおくことによって、反比例しているとみなして考えられるようにする。 ・二つの変数の関係を式で表さずに、表を用いて解決する方法で考えた生徒がいた場合は、その考え方を取り上げ検討することにより、式や表のそれぞれのよさに気付いて使い分けられるようにする。 ・問題の答えは整数値や 10 秒単位にならないことがある。実際の場面でのように活用するかについて多様な考えを取り上げる。 ・比例や反比例とみなすためには、帰納的に調べることや事象を理想化したり抽象化したりして考えることが大切であることに気付かせたい。
3 4 本 時	目標：視力検査表(ランドルト環)の中から変数を取り出し、それらの間にある関数関係を見いだし考察することができる。 1 問題を把握する。 問題 視力はどこまで調べられるだろうか。 <予想される値> ア. 0.1 より小さい値 ・ 0.05 ・ 0.01 ・ 0.001 イ. 2.0 より大きい値 ・ 3.0 ・ 5.0 ・ 10.0			・視力検査を実演し、問題への興味、関心をもたせるとともに、視力 1.2 などのように検査結果が数値で表される場合があることを取り上げる。(発問：態度) ・2種類の視力検査表(ABCD 視力検査表、0.1～2.0 まで測れる視力検査表)を生徒に提示し、比較させる。現行の学校の視力検査は A～D の4段階で視力を示しているが、具体的な数値で結果が得られる視力検査表があることに気付けるようにする。(発問：態度、方法) ・5 m の距離から視力 0.1 のランドルト環が判別できない場合を実演し、視力検査表にない視力の測り方につ

2 課題を設定する。

課題

視力〇〇を測るにはどのような方法があるか考えよう。

3 解決の見通しをもつ。

- ・基準となる視力 1.0 を測るランドルト環の大きさについて理解する。
- ・視力検査表にのっていない視力を測る方法について見通しをもつ。

<予想される見通し>

- ・視力 10.0 を測るには、10 倍の距離から視力 1.0 のランドルト環のすきまが判別できればよい。
- ・視力 10.0 を測るには、視力 1.0 のランドルト環の 10 分の 1 の大きさのランドルト環をつくり、すきまが判別できればよい。

4 近い視力を設定した生徒同士でグループを組み、課題を解決する。

- ・見通しをもとに視力検査表のランドルト環を計測し、表などにまとめ考察する。

<予想される考え方>

ア. 距離を一定(5m)とする考え方

- ・視力検査表(5m)のランドルト環の大きさ(すきまや外径など)を計測し、視力との関数関係を見いだすため表にまとめる。

視力を x 、ランドルト環のすきまの長さを y mmとすると、

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
y	15	7.5	5	4	3	2.5

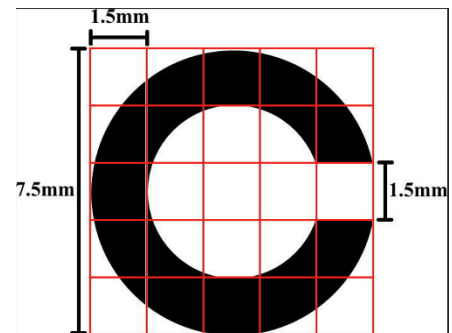
0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.5	2.0
2	2	1.5	1.5	1	1	1

※実測により表を作成するため、真の値との誤差が生じる。

○表の値を縦にかけると積 xy の値はほとんどの部分で 1.5 である。このことから、 y (ランドルト環のすきま)は x (視力)に反比例しているとみなして考える。

いてのイメージをもたせたい。(発問：態度)

- ・0.1 より低い視力や 2.0 より高い視力は実際に視力検査表にないことから本時の課題を設定する。
- ・基準となる視力 1.0 を測るランドルト環の大きさについて説明する。



ランドルト環に共通していえることとして、

(外径) : (幅) : (すきま)

$$= 5 : 1 : 1$$

であることも伝える。(発問：内容)

- ・視力 1.0 を測るランドルト環の大きさを伝えた直後に、「視力 10.0 を測るにはどうすればよいだろう」と問いかけることで、10 倍の距離から見ることや 10 分の 1 の大きさにすることといった複数の見通しをもてるようにする。(発問：態度、内容)
- ・調べてみたいと思う視力を生徒に決めさせてから、近い数値を考えた生徒で 3～4 名のグループを編成して考えさせたい。

- ・生徒に視力検査表(5m、2.5m)を配り、それぞれの見通しに応じて実測で調べられるようにする。(発問：方法)

- ・視力検査表のランドルト環を計測するときは単位をmmとし、小数第 2 位を 0 または 5 に近似して読ませることで効率的に考察が進められるようにする。(発問：方法)

- ・取り組みが進まないグループには、視力を測るために距離を変えようとしているかランドルト環の大きさを変えようとしているかを対話により引き出し、調べる対象を焦点化させたい。(発問：方法)

<予想される考え方(続き)>

(例) 視力 5.0 を測る方法

視力とランドルト環のすきまの長さが反比例しているとみなすと式は、

$$y = \frac{1.5}{x} \text{と表せる。}$$

x に 5.0 を代入すると、

$$y = \frac{1.5}{5.0} = 0.3$$

したがって、視力 5.0 を測るには、5 m の距離から(外径 1.5 mm のランドルト環の) 0.3 mm のすきまを判別すればよい。

イ. ランドルト環の大きさを一定とする考え方

- ・ 2 つの視力検査表(5 m、2.5 m)から同じ大きさのランドルト環を見付け、それぞれの表での距離と視力の関数関係を見いだすために表にまとめる。

距離を x m、視力を y とすると、

(表 1)

x	2.5	5
y	0.5	1.0

(表 2)

x	2.5	5
y	0.3	0.6

○同じ大きさのランドルト環では、 x が 2 倍になると、 y も 2 倍になっていることから、 y (視力) は x (距離) に比例しているとみなして考える。

(例) 視力 5.0 を測る方法(表 1)

視力は距離に比例しているとみなすと式は、

$$y = 0.2x \text{と表せる。}$$

y に 5.0 を代入すると、

$$5.0 = 0.2x$$

$$x = 25$$

したがって、視力 5.0 を測るには、視力検査表(5 m)で視力 1.0 を判別するランドルト環を 25 m の距離から見て、そのすきまが判別できればよい。

- ・ 表から比例や反比例の関係を見いだすことができていないグループには、表を縦に読んだり横に読んだりすることによってこれまでに学んだ関数関係が見いだせないか助言する。(発問：内容)

- ・ ランドルト環の大きさを一定とする考え方には気付きにくいことが想定される。距離 5 m と 2.5 m の表にそれぞれ同じ大きさのランドルト環を見付けても、そこから考えが進まないグループには、「このランドルト環は ~m から見れば視力 ○○ ということですね。」と問いかけ、距離と視力を二つの変数として調べればよいことに気付かせたい。(発問：方法)

- ・ 計測による誤差があるため、対応する x と y の積が一定になっていないように感じられ、考えが進まないグループには、「ほとんどの積はいくつくらいになっていますか。」と問いかけることで、仮定をおいて反比例とみなしてもよいことに気付かせたい。(発問：方法)

- ・ 「比例や反比例の関係を式で表すよさは何ですか」と問いかけることにより、問題を形式的に処理できるという式のよさに気付かせたい。(発問：態度、内容)

	5 解決の方法を発表し、比較・検討する。 ・「一定と考えた数量は何か」「比例や反比例の関係が成り立つと考えた根拠は何か」を明確にして説明を行う。 6 本時のまとめを行う。 まとめ 視力、距離、ランドルト環の大きさの 関係を使うと、視力検査表にのっ ていない視力を測ることができる。 ・距離を一定にすると、ランドルト環 の大きさと視力は反比例する。 ・ランドルト環の大きさを一定にす ると、視力と距離は比例する。 7 振り返りを行う。			・それぞれのグループの発表を受け、 「比例(反比例)の関係をどのように 見いだしていましたか」「何を一定に していましたか」などについて、他の グループの生徒に問いかけ、考え方 の類似点と相違点を明確にする。(発 問：方法) ・「他の測り方はありますか」と問いか けることで比例による考え方と反比 例による考え方をともに引き出せる ようにする。(発問：態度) ・複数の変数が内在している事象で は、目的に応じて変数の一つを一定 に制御して考えることで残りの変数 の関数関係が考察しやすくなること に気付かせたい。(発問：態度、内容)
			◎	態①：【ワークシート、振り返り】 (発問：□□)は発問の分類を表す。 ・態度→数学的な態度の発問 ・方法→方法に関係した考え方の発問 ・内容→内容に関係した考え方の発問
5	目標：視力、距離、ランドルト環の大き さの関係について学んだことを 日常生活に生かすことができる。 ・問題を把握する。 問題 実際にランドルト環を作ってみよ う。 (問題①) オリジナルの視力検査表を作ろう。 ・自分で使ってみたい、作ってみたい と思う視力検査表を考える。 ＜予想されるアイデア＞ ・0.1 よりも低い視力が測れるもの。 ・2.0 よりも高い視力が測れるもの。 ・視力 1.3 や 1.8 などが測れるもの。 ・距離を 5 m より縮めたもの。(1 m、 2 m、3 m など)			・前時で見いだした視力、距離、ランド ルト環の大きさの関係について確認 する。 ・今後、視力が低下する可能性や自宅 で使用する可能性について触れ、「自 分自身で使いたいと思えるものや作 ったらおもしろいと感じられる視 力検査表をつくってみよう。」と問い かけ、興味、関心をもてるようにす る。 ・ランドルト環のいろいろな部分の比 について、改めて確認しておく。 (外径)：(幅)：(すきま) = 5 : 1 : 1 ・大きいランドルト環をつくるため に、5 cm 方眼の模造紙、教師用コンパ ス(大)などを準備しておく。

	(問題②) ランドルト環クイズを作ろう。 ・例題を見て、クイズ作りの見通しをもつ。 (例題) (実物、外径 150 mm、幅 30 mm、すきま 30 mm のランドルト環を見せながら) このランドルト環を 5 m 離れた位置から見てすきまを判別できたとき、視力はいくつ以上といえるでしょうか。 <予想される出題形式> ・(作った実物を見せて) このランドルト環を $\bigcirc$ m 離れた位置から見てすきまを判別できたとき、視力はいくつ以上といえるでしょうか。 ・(作った実物を見せて) このランドルト環で視力 $\bigcirc\bigcirc$ を測るには、どれくらい離れた距離からすきまを判別できればよいでしょう。 ・(作った実物を見せて) このランドルト環を $\bigcirc$ m からみてすきまを判別できると視力は $\bigcirc\bigcirc$ 以上といえます。$\triangle$ m の距離から見てすきまを判別できたときの視力はいくつ以上といえるでしょうか。 ・興味、関心に応じて問題を選び、解決する。 (問題①) ・作ったオリジナル視力検査表を披露し、作成のポイントを説明する。 ○オリジナルの視力検査表を作成する中で、比例や反比例で学んだことを日常生活に生かそうとするとともに、事象に即して比例や反比例を活用して問題を解決する。 (問題②) ・作ったクイズを出題し合う。 ○答えとなる数量をいろいろなものに変えてクイズを作ることを通して、変数の取り出し方や比例や反比例の関数関係を捉えなおし、理解を深める。 ・振り返りを行う。			・大きいランドルト環を作るとき、1人での作成が難しい場合はグループを組んで協力するように促す。 ・小さいランドルト環は、コンパスの操作が困難であることが予想されるため、「どうすれば小さいランドルト環をつくれそうか。」と問いかけ、縮小コピーをとることやタブレット上で縮小するなどの発想を引き出した。 ・問題②の例題はランドルト環の実物を見せながら、「何を調べれば解けそうですか。」と問いかけ、ランドルト環の外径やすきまを測る発想を引き出したい。 ・「視力を一定の値としたときは、距離とランドルト環の大きさにどのような関係が成り立っていたでしょう。」「ランドルト環の大きさを一定としたときは、視力と距離にどのような関係が成り立っていたでしょう。」などと問いかけ、比例や反比例などの関数関係を意識して問題に取り組めるようにさせたい。 ・クイズを作ることができた生徒には、「同じランドルト環を使って、別のクイズはつくれますか。」と問いかけ、別の数量を答えにして考える視点をもたせたい。 ○ 態①：実際にランドルト環を作り、その活用法を考えることで、日常生活や社会の事象を数学の舞台にのせて考察することのよさに気付けるようにしたい。 【観察、発言】 知①：【ワークシート】
6	・学習内容の定着を確認するため評価問題に取り組む。	◎	◎	知①：【評価問題】 思①②：【評価問題】