学校名　＊＊市立＊＊中学校	氏名　　＊＊　＊＊

Ⅰ　授業デザイン

１　中２・連立方程式・大日本図書

２　単元の目標

(1) 連立二元一次方程式についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
（知識及び技能）

(2) 文字を用いて数量の関係や法則などを考察し表現することができる。
（思考力、判断力、表現力等）

(3) 連立二元一次方程式について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。　（学びに向かう力、人間性等）

３　単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
知①：連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解し、簡単な連立二元一次方程式を解くことができる。 知②：加減法や代入法による解き方を理解している。 知③：事象の中の数量やその関係に着目し、連立二元一次方程式をつくることができる。	思①：一元一次方程式と関連付けて、連立二元一次方程式を解く方法を考察し表現することができる。 思②：連立二元一次方程式を具体的な場面で活用することができる。	態①：連立二元一次方程式の必要性と意味を考えようとしている。 態②：連立二元一次方程式について学んだことを生活やその後の学習に生かそうとしている。 態③：連立二元一次方程式を活用した問題解決の過程を振り返って、評価・改善しようとしている。

４　単元について

(1) 学習内容（Contents）

本単元は、学習指導要領内容「A　数と式」の（２）「連立二元一次方程式」を受けて設定されたものである。小学校第６学年では、文字を使った式について学習し、中学校第１学年では、一元一次方程式について、その中の文字や解の意味を理解し、その解き方を考察することや具体的な場面で活用することについて学習している。第２学年では、本単元までに多項式の加法、減法や等式の変形を学習している。これらの学習を踏まえ、本単元では、二元一次方程式を導入し、その解の意味について学ぶ。また、連立二元一次方程式とその解の意味や解法について学ぶ。連立方程式とは複数の方程式を同時に満たす場面であり、その解は連立された方程式をすべて満たすための文字の条件である。このことは、高校の数学Ⅰの連立不等式や連立三元一次方程式、数学Ⅱの２つの図形の公転や共通部分の求め方の内容において必要となる見方・考え方である。連立二元一次方程式の解法は、既習の一元一次方程式に帰着できるという考え方が肝要であり、第３学年の二次方程式の解法においても必要な考え方となる。

(2) 資質・能力（Competency）

本単元では、連立方程式の学習を通して、「日常生活や社会における事象と方程式を関連させて問題を解決する力（関連付ける力、数学化）」、「条件や場面が変化しても、既知の概念を活用して解決したり、場面に応じて概念を再構築したりする力（統合的・発展的な考え方、概念を拡張させる力、概念の再構築）」を身に付けさせたい。

(3) 文脈（Context）

職場体験でのグルーピングや、写真と封筒の重さ等の具体的な問題場面を提示し、その条件を満たす式として二元一次方程式・連立二元一次方程式の必要性や意味を理解する。さらに、一元一次方程式に帰着して考えることで、これまでの知識や技能を活用して方程式を解くこと

が可能であることを知る。また、場面における具体的な操作（写真と封筒の重さであれば、はかりや天秤）と連立方程式を関連付けて考えることで、加減法や代入法の解法やねらい（文字を消去すれば一次方程式になる）を理解する。その後、括弧、小数や分数を含む複雑な連立方程式の計算を解く過程で、式変形の工夫を学習し、「加減法や代入法が適用できる形に変形すれば解ける」というアイデアを獲得する。利用の場面においては、代金、速さ、割合など日常生活上の場面を連立方程式を利用して解決することで、提示された場面から数量関係の条件を見いだし立式する見方・考え方を獲得する。単元の終末では、投げた回数と得点の合計さえわかれば「手順」によって内側（外側）に当たった回数を求められるという的当てゲームの場面に出会う。ここでは手順が正しいということを、連立方程式を解いて確かめたり、手順と連立方程式を解く過程を関連付けて考察したりする。その後、得点設定が変わり、手順が通用しなくなる。その困難を新たな課題として解決する活動によって、「連立方程式を解く過程と手順を関連付ける力」や「概念を拡張する力」、「概念を再構築する力」を身に付けていく。

5　生徒の実態

令和３年度学力診断のためのテストでは、正の数・負の数、文字式の計算処理についての知識・技能を問う設問のほとんどが県の正答率を＊＊＊＊＊＊。しかし、具体的な事象における問題を数学を活用して解決する設問には課題が見られた。例えば、読書週間に１日あたり平均 140 冊貸出を目標とする場面で、各曜日の貸出冊数を正の数、負の数の考え方を活用して表にまとめ、仮平均によって目標に達しているかどうかを判断する設問である。この設問の平均正答率は県が 59.9%に対して本校は**.*%であった。この設問の結果から、本校第２学年の生徒は、日常生活や社会における事象と既習事項を関連付けて考え、活用して解決するという点に課題が見られると捉えた。

6　指導観

単元を通して、２つの未知数の数量を求めるような文脈を含む問題場面を設定する。その場面から生徒自身が２つの数量に関する条件を見いだし、二元一次方程式を立式していけるようにする。また、上皿天秤や電子天秤を使い事物の重さを求める場面を設定することで、上皿天秤や電子天秤における操作が、加減法や代入法といった「連立方程式の解き方」と関連付けることを想起できるようにする。

本時では、得点設定を変化させる（条件変更）場面を意図的に設定することで、既習とのずれを経験させ、「どんな得点設定でも手順が通用するようにするにはどうすればいいだろうか」という問いをもてるようにする。さらに、その問いを追究するなかで、連立方程式を解く過程と手順の関連を想起させ、「どんな手順を加えればいいのか」という本質に迫る問いをもてるようにしていきたい。

7　単元の指導計画（12 時間扱い）

次	時	学習内容・活動	知	思	態	評価方法・留意点等
1	1	課題 班のつくり方を方程式で考えるとどんなことがわかるだろうか。 ・２人班と３人班の数を文字に置き換え、方程式を立式して組み合わせを考える。 まとめ 二元一次方程式を成り立たせる値の組み合わせが解であり、班の組み合わせである。	〇			知①：二元一次方程式の解の意味を理解しているかについて見取り、理解していない生徒には表を活用して２つの文字の組み合わせを考えてみるよう助言する。【ノート】

	2	課題 二元一次方程式が２つの時は、どのようにして解けばよいのだろうか。 ・新たな条件が加わった場面から連立方程式を立式し、二元一次方程式の解を基にして解く。 まとめ 連立方程式の解は、２つの二元一次方程式どちらも成り立たせる文字の値の組み合わせである。	◎		◎	知①：【発言、ノート】 態①：【発言、インタビュー】
2	1 2 3	課題 連立方程式を計算で解くにはどうすればよいのだろうか。 ・電子天秤と上皿天秤上での操作から、文字を消去し、一次方程式に帰着させて解く。 ・具体的な操作の手順を加減法及び代入法と概念付ける。 ・文字の係数の絶対値が等しくない場合は、方程式の両辺に数をかけて、xまたはyの係数の絶対値を一致させる。 ・加減法や代入法によって連立方程式を解く。 まとめ 連立方程式は、加減法や代入法を使って文字を消去することによって、一次方程式にすれば解くことができる。	◎	◎		思①：【ノート、説明】 知②：【ノート】
	4 5	課題 いろいろな連立方程式を計算で解くにはどうすればよいのだろうか。 ・括弧がある連立方程式を分配法則によって、括弧をはずしてから解く。 ・係数に小数がある連立方程式の係数を整数にするため、両辺に10や100をかけてから解く。 ・係数に分数がある連立方程式の係数を整数にするため、両辺に分母の最小公倍数をかけてから解く。 ・A＝B＝Cの形の方程式から、２つの二元一次方程式を立式して解く。		○	◎	思①：加減法や代入法が使える形に変形できているかについて見取り、変形できていない生徒には、係数を整数にするにはどうすればよいかと問う。【ノート】 態②：【自力解決の様子】

		まとめ いろいろな連立方程式は、括弧をはずしたり、係数を整数にしたり、方程式を２つつくったりして加減法や代入法が使えるよう変形すればよい。				
3	1	課題 求めたい数量が２つある問題を解こう。 ・一次方程式や連立方程式を立式して解くことで、答えを求める。 ・得られた解が問題場面の答えとしてよいかどうかを吟味する。 ・２通りの解決法を比較し、連立方程式による解決に有効性があることを確認する。 まとめ 求めたい数量が２つある場合は、連立方程式で解決するとよい。	◎		◎	知③：【ノート】 態③：【ノート、インタビュー】
	2	課題 登山計画を立てるために、各地点までの道のりを求めるにはどうすればよいのだろうか。 ・分かっている数量関係を図や表に表し、連立方程式を立式する。 ・連立方程式を解き、得られた解が問題場面の答えとしてよいかどうかを吟味する。 ・道のりを基にして、登山計画を立てる。 まとめ 速さの問題は、数量関係を図や表に表すと、方程式をつくりやすい。	○		◎	知③：表から連立方程式を立式できているかを見取り、立式できていない生徒には、表を横に見て等しい関係を見いだすことを助言する。【ノート】 態③：【ノート、インタビュー】
	3	課題 割合の問題場面から連立方程式を立式するにはどうすればよいのだろうか。 ・求める数量を文字におき、有権者数、投票率、投票者数の関係を表で考察し連立方程式を立式する。 まとめ 割合の問題は、数量関係を表に表すことで、方程式をつくることができる。	○		◎	知③：表から連立方程式を立式できているかを見取り、立式できていない生徒には、表を横に見て等しい関係を見いだすことを助言する。【ノート】 態③：【ノート、インタビュー】

	4	課題 各得点に落ちた画びょうの個数を簡単に求めることができる手順にはどのような仕組みがあるのだろうか。 ・手順が正しいことを連立方程式を解くことで確かめる。 ・手順と連立方程式を解く過程がどのように関連付いているのか追究する。 まとめ 手順は、連立方程式を加減法で解く過程と対応している。		○		思②：手順の仕組みについて追究している様子を見取り、連立方程式を解く過程と関連付けて考察できていない生徒には、手順と、加減法の計算過程を並べて比較してみるよう助言する。【ノート】
	5 本 時	**目標：各得点の画びょうの個数を簡単に求める手順と連立方程式を解く過程を関連付けて考察し、手順を再構築することができる。** 1　前時の活動を振り返る。 場面（省略） 中心に落ちれば３点、それ以外は２点。15 個落として 35 点。 手順 １　中心の円の得点を画鋲の総個数にかける。 ２　１の結果から総得点をひく。その結果が２点に落ちたの画鋲の個数 ・手順は、連立方程式を加減法で解く過程と関連付いている。 ２　課題を見いだす。 場面 中心の円を小さくし、中心の得点を５点、それ以外の得点を２点とした。画びょうの総個数（15個）は変えずに行ったところ、総得点は39点だった。 問い」 ・前回の手順を使えば、どちらに何個落ちたかわかるはず。 →手順１ 15×5=75　手順２ 75－39=36 ・「36個」はおかしい。手順が使えないのではないか。 ・新しい手順を考えられないか。			○	態③：場面把握の様子を見取り、前時の手順が「使えない」という問いが記入できていない生徒には、実際に手順を使って計算してみるよう助言する。 【ノート】

		課題 得点が変わっても、円の外側の画びょうの個数を簡単に求められる手順はないのだろうか。			
		3　前時と本時の連立方程式の計算過程と手順をそれぞれ比べながら新たに必要な手順を追究する。		○	態③：手順と連立方程式を解く過程を関連付けて考察できているかを見取り、関連付けることができていない生徒には、前時の活動を振り返り、本時との違いについて追究してみるよう助言する。【インタビュー、自力解決の様子】
		本時 $\begin{cases} x+y=15 \cdots ① \\ 5x+2y=39 \cdots ② \end{cases}$ ①（画鋲の総個数の式）②（総得点の式） ①×5－②より $5x+5y=75$ $-)\ 5x+2y=39$ $3y=36.$ $3y/3=36/3$ $y=12$ 手順１　$15\times5=75$ 中心の得点を総個数にかける。 手順２ $75-39=36$ 手順１の値から総得点をひく。 （さらに，３でわる。 $36\div3=12$）	○		思②：新たな手順を追究する様子を見取り、「３」でわることに着目できていない生徒には、手順２の結果に対してさらにどんな計算が行われているかと問うことで、新たな手順への着想をもてるようにする。【ノート、観察】
		前時 $\begin{cases} x+y=15 \cdots ① \\ 3x+2y=35 \cdots ② \end{cases}$ ①（画鋲の総個数の式）②（総得点の式） ①×3－②より $3x+3y=45$ $-)\ 3x+2y=35$ $y=10.$ 手順１　$15\times3=45$ 中心の得点を総個数にかける。 手順２　$45-35=10$ 手順１の値から総得点をひく。	○		思②：手順を再構築する様子を見取り、「３でわる」と設定している生徒には、「いつでも３でわるのか」と問うことで、得点差に着目できるようにする。【ノート】
		4　「手順２の結果を３でわる」という新たな手順の意味について考察する。 ・いつも３でわるのだろうか。 →前回は３でわっていない。この「３」に意味があるはず。 ・中心の得点と外側の得点の得点差が「３」である。 ・前回は得点差が「１」だったからわる必要がなかった。 まとめ 次の手順を加えれば、得点設定が変わっても活用できる。 手順３ ２の結果を得点差でわる。	◎		思②：【ノート、インタビュー】
		5　本時の学習を振り返る。			

Ⅱ　評価問題

$\boxed{\text{場面}}$

　果物農家であるわかすぎさんと菅谷さんは、１個 50 円のリンゴと１個 80 円のミカンを合わせて 40 個出荷したところ、出荷額の合計は 2630 円でした。その後、それぞれ何個出荷したのかを記録していないことに気付き、次の手順で出荷したリンゴとミカンの個数を求めました。

$\boxed{\text{手順}}$

手順$\boxed{1}$　すべてリンゴだとして出荷額を求める。
手順$\boxed{2}$　$\boxed{1}$の結果と本来の出荷額との差を求める。
手順$\boxed{3}$　$\boxed{2}$の結果を３０でわる。
$\boxed{3}$の結果がミカンの個数である。

$\boxed{\text{手順を使った求め方}}$

手順$\boxed{1}$　５０×４０＝２０００

手順$\boxed{2}$　２６３０－２０００＝６３０

手順$\boxed{3}$　６３０÷３０＝２１

つまり、ミカンの個数は２１個
よって、リンゴが１９個、ミカンが２１個。

　この求め方に疑問をもった菅谷さんは、連立方程式を解くことで、$\boxed{\text{手順}}$が正しいかどうか確かめることにしました。

$\boxed{\text{連立方程式を解く過程}}$

リンゴの個数をx個、ミカンの個数をy個とすると、

$$\begin{cases} x+y=40 \cdots ① \\ 50x+80y=2630 \cdots ② \end{cases}$$

ア　①の両辺を 50 倍して、$50x+50y=2000$ …③

イ　②－③　を計算すると、

$$\begin{array}{r} 50x+80y=2630 \\ \underline{-)\ 50x+50y=2000} \end{array}$$

ウ

$$30y=630 \cdots ④$$

$$y=21$$

エ　①のyに 21 を代入してx=19、よって解は$\begin{cases} x=19 \\ y=21 \end{cases}$

→リンゴが 19 個、ミカンが 21 個なので、$\boxed{\text{手順}}$は正しい。

わかすぎさんと菅谷さんは、求め方を比較しているうちに、手順と連立方程式を解く過程を関連付けることができると考えました。

（1）連立方程式を解く過程の中で、手順1に対応する部分はどこですか。ア～エの中から選び記号で答えなさい。

（2）連立方程式を解く過程の中で、手順3に対応する部分はどこですか。ア～エの中から選び記号で答えなさい。

わかすぎさんは、リンゴやミカン以外の果物も栽培しています。そこで、上の手順が、手順1の果物名を書き換えればどんな２つの果物を出荷する場合も使えると考えました。それに対し、菅谷さんは「手順1を書き換えるだけでは使えない。手順3を書き換える必要がある。」と指摘しています。

（3）どんな２つの品目を出荷する場合でも通用するように、手順3を書き換えなさい。ただし「手順2の結果を………でわる。」という形で答えること。

解答欄

（1）	
（2）	
（3）	

年　組　番	氏名

解答類型と結果（調査人数　**人）

問題番号	解答類型		正答	人数
（１）	1	**ア**　と解答しているもの	◎	
	2	**イ**　と解答しているもの		
	3	**ウ**　と解答しているもの		
	4	**エ**　と解答しているもの		
	99	上記以外の解答		
	0	無解答		
（２）	1	**ア**　と解答しているもの		
	2	**イ**　と解答しているもの		
	3	**ウ**　と解答しているもの	◎	
	4	**エ**　と解答しているもの		
	99	上記以外の解答		
	0	無解答		
（３）	（正答の条件） 「手順２の結果を○○でわる。」という形で、次の（ａ）又は（ｂ）について記述しているもの。 （ａ）　○○が、「２つの品目の出荷額の差でわる」である。 （正答例） ・　手順２の結果を２つの品目の出荷額の差でわる。（解答類型１）			
	1	（ａ）について記述しているもの。	◎	
	2	（ａ）以外で、２つの品目について正しく記述しているもの。 （正答例） ・　手順２の結果を出荷額が高い方と安い方の出荷額の差でわる。	◎	
	3	（ａ）で、**連立方程式を解く過程**に着目して記述しているもの。 （正答例） ・　手順２の結果を**連立方程式を解く過程**の**ウ**の場面における文字の係数でわる。	○	
	4	（ａ）についての記述が十分でないもの。		
	99	上記以外の解答		
	0	無解答		

Ⅲ　成果と課題

１　成果

問題（1）及び（2）について、**人の生徒が正答している。この結果から、場面を変化させても授業で学習した「**手順**と**連立方程式を解く過程**を関連付ける」という知識を想起し、「同じ様に考えればいいはず」という考え方を活用できたと捉えることができる。これは、本単元で目指す「統合的・発展的に考察する力」が働いている状態と捉えることができる。

２　課題

問題（３）は、手順をリンゴ・ミカン以外の品目においても活用できるようにするために手順の一般化を図る問題である。これは本単元で求める資質・能力である「概念を拡張させる力・再構築する力」を評価するものである。しかし、正答（類型１及び２）は**人であった。主な誤答（類型４）として、２つの品目ではなく「リンゴとミカン」と記述しているもの、「30 でわる」と記述しているもの、「品目の数」と記述しているものが目立った。このことから、授業で学習した手順（概念）をそのまま適用する「知識の再生」にとどまっていることがわかる。改善案として、授業において、「○○でわることの意味」や「画びょうによる的当て」という場面自体を変化させて考察させるような活動をさらに充実させることが必要であったと考える。